

PS Lineare Algebra 1 M. Dörfler WS 2003/2004,
Übungen für den 11.11.2003

Die Übungen 22-24 von Blatt 3! Zusätzlich:

1. Berechne das Volumen des von den folgenden 3 Vektoren aufgespannten Parallelepipedes:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. Gegeben sind die Punkte $P = (1, 0, -1)$, $Q = (1, 1, 1)$ und $R = (2, 2, 1)$.
 - Wähle S so, dass $PQRS$ ein Parallelogramm ist und berechne seine Fläche.
 - Berechne das Volumen des Tetraeders mit den Eckpunkten $0, P, Q, R$.

3. Berechne die Determinanten folgender Matrizen:

- $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 5 \\ 8 & 7 & 7 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

Gibt es verschiedene Herangehensweisen? (Berechne die Determinante der 3x3-Matrix jedenfalls AUCH durch Kofaktoren-Entwicklung nach mindestens einer Zeile und einer Spalte, die Regel von Sarrus dient zur Probe.) Was findest Du am einfachsten?

4. Löse folgendes Gleichungssystem mithilfe der Cramerschen Regel zur Inversion von Matrizen: $\mathbf{A} \cdot x = \mathbf{b}$ mit $\mathbf{b} = (1, 2, 3)'$ und $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 9 & 11 & 3 \\ 9 & 13 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

5. Beweise folgende Aussagen:

a) $(u + kv) \times v = u \times v$

b) $\langle u, v \times z \rangle = -\langle u \times z, v \rangle$

6. Zeige, dass $u \times (v \times w)$ in der von v und w aufgespannten Ebene liegt.