PS Lineare Algebra 1 M. Dörfler WS 03/04,
Prototypen zum **1. Zwischentest am 18.11. 2003**

1. Es seien $B = \{u_1, u_2\}$ und $B' = \{v_1, v_2\}$ die von den Vektoren $u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ und $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ gebildeten Basen des $\mathbb{R}^2$. Berechne die Übergangsmatrizen $B \mapsto B'$, bzw. $B' \mapsto B$, die sowie Koordinatenmatrix $[w]_{B'}$ für $[w]_B = (3, -5)$.

2. Berechne die Determinante einer 2×2 oder 3×3 oder auch 4×4-Matrix. Beschreibe mehrere verschiedene Möglichkeiten!

3. Bestimme die Gleichung $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, die sich für die Anpassung einer Geraden $b = c + dt + et^2$ an die Punkte $(0, 0), (1, 8), (3, 8), (4, 20)$ ergibt.

4. Invertiere die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ mithilfe der Cramerschen Regel!

5. Berechne das Volumen eines Parallelepipeds, das von drei allgemeinen Vektoren im $\mathbb{R}^3$ aufgespannt wird!

6. Wann ist eine Matrix diagonalisierbar? Bestimme die Eigenwerte der Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ und entscheide ob sie diagonalisierbar ist!

7. Bestimme die Gleichung der Ebene ϵ durch die Punkte $P = (3, -1, 2)$, $Q = (-1, 1, 0)$ und $R = (0, 2, -1)$. Projiziere den Punkt $S = (-1, 1, 3)$ entlang des Vektors $\nu = (1, 1, -4)$ auf ϵ.