

# **Zusammenfassung**

In der vorliegenden Arbeit wurde eine detaillierte und umfassende Analyse der Bewegung der dritten Masse im Sitnikov Problem durchgeführt. Die nichtlineare Differentialgleichung, die das dynamische Problem beschreibt, wurde anhand fortgeschrittener Methoden der Störungsrechnung gelöst, und der Einfluss der Systemparameter auf die qualitative und zeitliche Entwicklung des Systems studiert. Es war möglich, präzise analytische Ausdrücke hoher Ordnungen für die charakteristischen Systemgrößen zu bestimmen, und fundamentale Zusammenhänge zwischen den Parametern zu gewinnen. Um das Komplexitätsproblem der Berechnungen bewältigen zu können, wurden hoch modulare und automatisierte Algorithmen entwickelt, und dieser Arbeit in Form eines vollständigen Herleitungssystems beigelegt.

Basierend auf den Arbeiten von Hagel (1992) und Faruque (2003) wurde im ersten Schritt der integrable Fall für kleinste Auslenkungen der kleinen Masse vom Kräftezentrum des Systems studiert. Hierfür wurde die Bewegungsgleichung linearisiert und mit der vom Hill'schen Typus identifiziert. Die Methode der Floquet Theorie wurde angewandt, um aus der Gleichung Ausdrücke für die linearisierte aber zeitabhängige Amplitudenfunktion und Phasenverschiebung der Lösung zu gewinnen. Es wurde eine mittlere Durchgangsfrequenz der dritten Masse bestimmt und anhand der Spur der Monodromenmatrix ein aussagekräftiges Stabilitätskriterium für den dritten Körper hergeleitet.

Für die nichtlineare Analyse wurde die polynomische Darstellung der Bewegungsgleichung aufgestellt, und mit Hilfe der Courant & Snyder - Transformation (1952) ihr linearer Anteil auf die Form des harmonischen Oszillators gebracht. Die resultierende Gleichung wurde durch Einführung eines künstlichen Störparameters neu angeordnet, und konnte dadurch der Methode von Poincaré - Lindstedt zugänglich gemacht werden. Für die Durchführung des Berechnungsschemas wurde ein durchgängig automatisierter Prozess entwickelt, um die Terme der Entwicklung (zusammen mit den nichtlinearen Frequenzverschiebungen) bis zu beliebigen Ordnungen zu erhöhen. Präzise und analytische Ausdrücke für die nichtlineare und zeitabhängige Amplitude und Phase der Lösung des Problems konnten daraus konstruiert werden. Aus den trigonometrischen Termen wurde die zeitabhängige Grundfrequenz und Phase des Orbits der dritten Masse bestimmt und ihre Abhängigkeit von den Systemparametern in anschaulicher Weise dargestellt. Ein Spezialfall des Systems, das MacMillan (1917) Problem, wurde ebenfalls untersucht und neue Ausdrücke für die MacMillan - Frequenz und Phase in Form von Reihendarstellungen gefunden.

Der Rechenaufwand für die Ergebnisse dieser Arbeit war enorm, tausende Terme mussten unentwegt sortiert, vereinfacht oder umgeformt werden. Für die Bewältigung des dabei auftretenden Komplexitätsproblems wurde ein komplettes Herleitungssystem entwickelt, welches ermöglicht, jede Rechnung in dieser Arbeit, sowie deren Zwischenschritte auf einfache Weise reproduzieren zu können. Es steht dem Leser frei zugänglich zur Verfügung und umfasst über 30 implementierte Funktionen, die mit dem CAS *Mathematica* realisiert

wurden. Die Algorithmen wurden sorgfältig auf ihre Anwendbarkeit überprüft, detaillierte Analysen der Komplexität der Ausgabe in Abhängigkeit der Eingabe und der Systemparameter wurden hierfür erstellt.

Die Beschreibung der quasiperiodischen Lösungen der dritten Masse ist durch die gewonnenen Ausdrücke vollständig und für beliebige Anfangsbedingungen bzw. Systemkonfigurationen durchführbar. Charakteristische Größen, die das System beschreiben können durch die gefundenen Relationen einfach berechnet werden und wurden für den linearisierten Fall bis zur 17. Ordnung in  $e$  und für den allgemeinen Fall bis zur 7. Ordnung in  $e$  und  $z$  entwickelt. Es wurden keine Vereinfachungen an den Termen vorgenommen, die gefundenen Ausdrücke sind daher im Sinne der Störungsapproximation exakt und liefern ausgezeichnete Ergebnisse im Parameterbereich  $0 \leq e \leq 0.622..$  und  $-0.254.. \leq z(0) \leq 0.254..$  für sehr lange Zeiten.