Internat. Math. Nachrichten
Nr. 214 (2010), 1–31

Mathematik in Wien
Universität Wien

Andreas Čap, Hans G. Feichtinger, Herwig Hauser, Bernhard Lamel, Karl Sigmund und Gerald Teschl
Universität Wien

Mit diesem Artikel wird die Reihe fortgesetzt, in der sich die universitären Mathematikstandorte in Österreich in den IMN vorstellen.

1 Geschichte

Die Geschichte der Mathematik an der Universität Wien reicht bis zum Gründungsjahr der Universität Wien, 1365, zurück. Als Teil der Ausbildung an der Artistischen Fakultät war Mathematik von Anfang an ein fester Bestandteil des universitären Lebens und wurde von herausragenden Astronomen und Mathematikern unterrichtet: Johann von Gmunden (ca. 1380–1442), Georg von Peuerbach (1423–1461) und Johannes Müller von Königsberg (1436–1476), der später als Regiomontanus bekannt wurde und als einer der wichtigsten Begründer der sphärischen Trigonometrie gilt. Die astronomischen Tafeln des letzteren begleiteten Columbus auf seinen Fahrten.

Auch späterhin, bis zum Beginn des 17. Jahrhunderts, lehrte mancher bedeutender Mathematiker an der Universität Wien: so z. B. der Humanist Konrad Celtis, der "mathematisierende Poet" Johann Stabius, der die erste flächentreue Karte (in Herzform) entwarf, und Paul Fabricius, einer der bedeutendsten Universalgelehrten seiner Zeit, sowie der Jesuitenpater Guldin (1577–1643). Es folgten viele Jahrzehnte der Stagnation, ehe im 19. jahrhundert ein Aufschwung einsetzte. Hier ist Joseph Petzval (1807–1891) zu nennen, der zwar als Sonderling galt, aber die Theorie der photographischen Dioptrik entwickelte, auf welcher die Geräte von Voigtländer und Zeiss beruhten.

Gab es ursprünglich nur einen Mathematikprofessor, so wuchs die Anzahl der Mathematikprofessoren an der Universität Wien über die Jahrhunderte langsam

ISSN 0020-7926

auf schließlich drei zu Ende des 19. Jahrhunderts. Versuche, Gauss an die Wiener Universität zu gewinnen oder Jacobi von Berlin wegzuberufen, schlugen fehl.

Die Berufung von Boltzmann (1844–1906) auf einen Lehrstuhl der Mathematik (dann 1873–1876 in Wien) war ein erstes, wichtiges Signal für einen Aufwärtstrend. Ludwig Boltzmann war allerdings eher mathematischer und theoretischer Physiker, und wurde auch schnell von seinem Wiener mathematischen Lehrstuhl hinweg berufen, aber die geistige Atmosphäre begann sich spürbar zu wandeln. Emil Weyr (1848–1894) machte sich als Geometer einen Namen, Leo Königsberger (1837–1921) arbeitete auf dem Gebiet der Analysis. Beide hatten im Ausland studiert, was früheren Generationen österreichischer Studenten verwehrt gewesen war.

Gustav von Escherich (1849–1935) prägte als Ordinarius an der Universität Wien Generationen von Studenten der Mathematik. Zwar werden heute keine großen Entdeckungen mit ihm assoziiert, doch leistete er sehr wichtige Vorarbeiten, die den Boden für die kommende Blüte vorbereiteten. Er führte in Österreich die strengen Beweismethoden von Weierstrass ein, und gründete gemeinsam mit Weyr die "Monatshefte für Mathematik und Physik", in der zahlreiche grundlegende Arbeiten veröffentlicht wurden. Sein Zeitgenosse Franz Mertens (1840–1927) konnte bereits wichtige Resultate zur Theorie der Reihen beitragen, und insbesondere zur Zahlentheorie: die Mertenssche Vermutung, aus deren Richtigkeit die der Riemannsche folgen würde, beschäftigte viele Mathematiker ein Jahrhundert lang und konnte erst durch Odlyzko und Te Riele 1985 widerlegt werden. Auch der Geometer Gustav Kohn (1859–1921) beeinflusste die Entwicklung der Mathematik in Österreich nachhaltig.

Zu den herausragendsten mathematischen Begabungen in Wien in den letzten Jahrzehnten des 19. Jahrhunderts gehörten Alfred Tauber (1866–1942) und Wilhelm Wirtinger (1865–1945), die beide die Geschichte der Mathematik des 20. Jahrhunderts stark beeinflussen sollten. Der in Pressburg geborene Tauber formulierte und bewies in seiner Habilitationsschrift ein Theorem über die Konvergenz von Reihen, das zum Ausgangspunkt für das riesige Feld der sogenannten "Tauberschen Sätze" wurde. Wirtinger, der aus Ybbs stammte, überstrahlte ihn noch durch seine frühen Beiträge zur Zahlentheorie, Gruppentheorie und zur komplexen Analysis. Wirtinger wurde 1895 als Ordinarius nach Innsbruck, 1903 nach Wien berufen, wogegen Tauber als Chefmathematiker in der Phönix-Versicherung unterkam.

1912 wurde Philipp Furtwängler (1869–1940) an die Wiener Universität berufen. Diese Entscheidung schien kühn, denn Furtwängler war nicht habilitiert, doch rechtfertigte sie sich glänzend. Furtwänglers Vorlesungen galten als unvergleichliche Kunstwerke (obwohl er durch eine Lähmung an den Rollstuhl gefesselt war) und inspirierten zahlreiche Studenten. Gegen Ende der Zwanzigerjahre vollbrachte der fast sechzigjährige Furtwängler sein Meisterstück, den Beweis der Hilbertschen Hauptvermutung, die für die algebraische Zahlentheorie grundlegend ist.

Zu Beginn des Jahres 1920 kehrte Hans Hahn (1879–1934) an die Wiener Universität zurück, nach frühen Berufungen in Czernowitz und Bonn. Er hat durch seine Arbeiten in Analysis und allgemeiner Topologie, vor allem aber als einer der Schöpfer der Funktionalanalysis, eine wegweisende Bedeutung erlangt. Außerdem gründete Hahn (gemeinsam mit seinem Schwager Otto Neurath und dem aus Deutschland berufenen Philosophen Moritz Schlick), den Wiener Kreis. Hahns früh erblindete Schwester Olga (1882–1937), die (zum Teil gemeinsam mit ihrem Mann Neurath) wichtige frühe Arbeiten zur mathematischen Logik verfasste, gehörte auch zu dieser Gruppe von Mathematikern und Philosophen. Der Wiener Kreis sollte die Geschichte der Philosophie, vor allem im angelsächsischen Raum, nachhaltig beeinflussen.

In den Zwanzigerjahren besaß das mathematische Seminar der Universität Wien Weltgeltung. Neben dem Dreigestirn der Ordinarien Wirtinger, Furtwängler und Hahn, gab es zahlreiche junge und hochbedeutsame Mathematiker. Viele widmeten sich der damals aufblühenden Topologie, so Witold Hurewicz (1904–1956), Walther Mayer (1887–1948) und Leopold Vietoris (1891–2002). Ein junger Mathematiker namens Eduard Helly (1884–1943) brachte aus der sibirischen Kriegsgefangenenschaft eine brillante Habilitationsarbeit zurück, die ähnlich wie Hahns Arbeiten zu einer Grundlage der Funktionalanalysis wurde. Aus Hamburg wurde 1922 der junge Kurt Reidemeister (1893–1971) als ao. Professor für Geometrie geholt. Reidemeister entwickelte in Wien seine wegweisende Theorie der Knoten. Er spielte auch im Wiener Kreis eine wichtige Rolle. Reidemeister vermittelte seinerseits den Wiener Otto Schreier (1901–1928) nach Hamburg, wo dieser grundlegende Sätze zur Gruppentheorie entdeckte und (gemeinsam mit Artin) viel zur Entwicklung der modernen Algebra beitrug.

Ein besonders brillanter Kopf am Wiener mathematischen Seminar war der junge Karl Menger (1904–1985), der Sohn des Schöpfers der österreichischen Schule der Nationalökonomie. Karl Menger verfasste bereits als Student entscheidende Beiträge zur Kurven- und Dimensionstheorie und wurde, knapp fünfundzwanzig, zum außerordentlichen Professor für Geometrie an der Wiener Universität ernannt. Trotz oder vielmehr wohl eben wegen seiner Jugend scharten sich einige der begabtesten Studenten um ihn, in einer Gruppe, die sich als "Wiener Mathematisches Kolloquium" rasch neben dem Wiener Kreis etablierte. Hierzu zählten Olga Taussky (1906–1995) (die später als Taussky-Todd am Caltech in Pasadena eine der weltweit bekanntesten Mathematikerinnen wurde) und Franz Alt (1908–), der durch eine kurze Arbeit zur Messbarkeit der Nutzenfunktion und durch seine Pionierrolle bei der Entwicklung des Computers bekannt wurde. Noch bemerkenswerter war der Rumäne Abraham Wald (1902–1950), der sich bald von Menger emanzipierte und Entscheidendes leistete, sowohl in der Wirtschaftstheorie, die ihm den ersten seriösen Gleichgewichtssatz verdankt, als auch für die Grundlegung der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Hilfe des Begriffs der Zufallsfolge. Wald wurde, nach seiner Emigration in die USA, in kurzer Zeit zu einem der

Begründer der modernen Theorie der mathematischen Statistik.

Der bedeutsamste Beitrag zur Mathematik, der in Österreich geschaffen wurde, ist aber zweifellos Kurt Gödel (1906–1978) zu verdanken, der (im Rahmen seiner Dissertation bei Hahn) die Vollständigkeit der Logik erster Ordnung bewies und gleich anschließend 1930 seinen berühmten Unvollständigkeitssatz entdeckte. Dadurch wurde es klar, dass das Programm von Hilbert zur Begründung der Konsistenz der Mathematik nicht durchgeführt werden kann. Wenige Jahr später zeigte Gödel, dass die Kontinuumshypothese nicht im Widerspruch steht zu den übrigen Axiomen der Mengenlehre. Sein Resultat und seine Methoden sind entscheidende Beiträge zur Mengentheorie geworden.

Kurt Gödel verlies Österreich während des zweiten Weltkriegs und kehrte nie wieder zurück. Zusammen mit dem Tod von Hahn, der Emeritierung von Furtwängler und Wirtinger sowie der Emigration von Karl Menger, Taussky, Alt, Helly und Wald bedeutete das einen fatalen Aderlass. Nach dem so genannten Anschluss hatte das Wiener mathematische Institut mit den Ordinarien Anton Huber (1897–1975) und Karl Mayrhofer (1894–1969) keine Chance, das frühere wissenschaftliche Niveau zu halten. Nach dem Krieg aber wurden die beiden nunmehr frei gewordenen Stellen durch hervorragende Mathematiker wiederbesetzt, nämlich durch Johann Radon (1887–1956) und Edmund Hlawka (1916–2009). Radon hatte grundlegende Beiträge zur Masstheorie, Funktionalanalysis, Variationsrechnung, Differentialgeometrie und zur konvexen Geometrie erbracht. Besonders bekannt wurde sein Name aber durch die Anwendungen von zwei seiner mathematischen Arbeiten. Die nach ihm benannte Radon-Transformierte wurde zur Grundlage der Computertomographie und anderer “bildgebender” Verfahren; und der Satz von Radon–Nikodym entwickelte sich zu einem zentralen Bestandteil der Finanzmathematik. Das Interessante dabei ist, dass Radon, wie seine Zeitgenossen auch, niemals an solche Anwendungen gedacht hatte: sie wurden erst Jahrzehnte später aktuell. Radon wurde nach dem ersten Weltkrieg, und kurzen Zwischenstationen in Hamburg, Greifswald und Erlangen, Professor an der Universität von Breslau, bis er 1945 vertrieben wurde. Der junge Wiener Edmund Hlawka hatte während des Krieges aufhorchen lassen, als er eine fundamentale zahlengeometrische Vermutung von Minkowski bewies. Diese beiden Mathematiker sowie Nikolaus Hofreiter (1904–1990) und Leopold Schmetterer (1919–2004) prägten die Nachkriegsjahre und regten zahlreiche hervorragende Schüler an, wie etwa Wolfgang Schmidt (geb. 1933) und Harald Niederreiter (geb. 1945).

Die Aufwärtsentwicklung am Institut für Mathematik hat insbesondere in den letzten Jahrzehnten schwunghaften Charakter angenommen. Es wurden neue Impulse gesetzt, und es fand, auch durch Nach- und Neubesetzungen, die Öffnung zu vorher nicht vertretenen Gebieten statt, etwa zur Computergestützten Mathematik (durch Einrichtung eines eigenen Lehrstuhls für ”Computerorientierte Mathematik”), zur Mathematischen Physik und zur Finanzmathematik. Es gibt jetzt mehrere international anerkannte Arbeitsgruppen. Weiters wurde am nahegelegenen

Institut für Formale Logik ein hochklassiges Programm für mathematische Logik implementiert.

Im Zuge der Neuorganisation der Universität Wien in der ersten Hälfte des Jahres 2004 wurde beschlossen, aus den früheren Instituten für Mathematik und für formale Logik eine eigene Fakultät für Mathematik zu bilden.

2 Die heutige Fakultät für Mathematik

Im Vergleich zu anderen österreichischen Mathematikstandorten ist das besondere Charakteristikum unserer Fakultät die Breite der vertretenen Fächer, beginnend mit den Grundlagen der Logik, über alle klassischen Kernfächer, bis hin zu konkreten Anwendungen in der Industrie (eine Ausnahme bildet alleine die Statistik, die an der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften angesiedelt ist). Die Fakultät möchte die Mathematik als Ganzes in Forschung und Lehre repräsentieren, was sich auch darin ausdrückt, daß keine Trennung in *Reine Mathematik* und *Angewandte Mathematik* vorgenommen wurde, nicht zuletzt deswegen, weil sich viele Fakultätsmitglieder beiden Bereichen verbunden fühlen.

Neben der Breite der mathematischen Forschung kann das anregende Forschungsklima und die Bereitschaft für die Verfolgung neuer Fachrichtungen sicherlich zu den besonderen Merkmalen der Fakultät gezählt werden. Ein kompetitives und leistungsorientiertes Klima bietet sowohl Ansporn als auch Basis für die Ausformung interessanter Forschungszweige.

In jüngster Vergangenheit erlebte das Institut für Mathematik und in weiterer Folge die Fakultät für Mathematik unter Dekan Harald Rindler einen grossen Aufschwung, der mit einem stetigen Wachstum beim Personal, besonders der Anzahl der Drittmittelangestellten, und dem damit verbundenen Wachstum an Forschungsprojekten einhergeht.

Der Ursprung dieses Aufschwungs liegt einerseits in einem Kern von herausragenden Mathematikern und Lehrern, denen es gelungen ist, ambitionierten wissenschaftlichen Nachwuchs am Institut heranzuziehen. Doch wäre es andererseits ohne die entsprechende Personalpolitik, welche darauf abzielte, dem eigenen Nachwuchs auch hier eine Perspektive zu bieten, wohl nicht gelungen, so viele erfolgreiche Arbeitsgruppen aufzubauen. In diesem Umfeld wurden erste Forschungsprojekte eingeworben und wiederum neuer Nachwuchs ausgebildet.

Es gelang aber nicht nur, eine Reihe hervorragender Nachwuchswissenschaftler in Wien zu halten, sondern es konnten auch eine Reihe international führender Mathematiker hierher berufen werden (einzig die Frauenquote bei den Berufungen kann in diesem Zusammenhang nicht als Erfolg gewertet werden — die erste Professorin wurde erst vor kurzen berufen und hat ihren Dienst noch nicht angetreten). Auch bei den Berufungen hat sich die Strategie, eine grosse Breite anzustreben, und nicht nur bestehende Bereiche zu verstärken, bewährt.

Als bestes Beispiel für die konsequente Nachwuchsförderung ist wohl die aussergewöhnlich hohe Anzahl an START-PreisträgerInnen, welche die Fakultät hervorgebracht hat, zu nennen. Diese haben allesamt die entscheidenden Jahre vor dem Erhalt des Preises an der Fakultät gearbeitet und konnten oft nur unter schwierigsten Bedingungen an der Fakultät gehalten werden. Ohne diese unermüdlichen Bemühungen hätten wohl die meisten Wien verlassen oder wären überhaupt nie nach Wien gekommen.

Auf der anderen Seite muss aber auch festgehalten werden, dass diese Bemühungen gerade in letzter Zeit oft gescheitert sind und eine Reihe vielversprechender NachwuchswissenschaftlerInnen aufgrund mangelnder Zukunfstperspektiven ins Ausland abgewandert sind.

Weiters gibt es mehrere Drittmittelprojekte, welche von "SelbstantragstellerInnen" durchgeführt werden. Auch das Heranführen des Nachwuchses an solche eigene Forschungsprojekte muß wohl auf die Breite der Fakultät zurückgeführt werden, da hier im Gegensatz zum Heranbilden von im Fachgebiet eng eingegrenzten Nachwuchs die Möglichkeit geboten wird, eigenständige Forschungsprogramme zu finden, und sie antragsgerecht zu formulieren. Das gebotene Umfeld ist gerade für JungwissenschaftlerInnen in dieser Phase sehr entgegenkommend, da sie mit vielen Ideen aus anderen Gebieten konfrontiert werden, die sie dann in ihre eigene Arbeit einfliessen lassen können. Abgesehen von den fachlichen Unterstützungsmöglichkeiten gibt es auch noch das (wohl einzigartige) Projektservice, das mittlerweile auch für andere Fakultäten Vorbildcharakter hat. Dieses ist aus der Initiative einer kleinen Gruppe junger Wissenschaftler hervorgegangen und steht bei Drittmittelprojekten von der Antragstellung bis hin zur Abwicklung mit Rat und Tat zur Seite. Es ist gerade für ErstantragstellerInnen eine entscheidende Stütze. Nichtsdestotrotz sind gerade für junge WissenschaftlerInnen mit eigenen Projekten kaum Zukunftsperspektiven an der Fakultät vorhanden.

Die Möglichkeit der Durchführung dieser vielen Projekte an der Fakultät bringt uns zu der durch das stetige Wachstum des Instituts entstandenen Raumproblematik. Zunächst verteilte sich das Institut von den ursprünglichen Räumlichkeiten in der Strudlhofgasse auf eine immer grösser werdende Anzahl von umliegenden Standorten. Erst 2004 konnte das Institut wieder zu einem einheitlichen Standort in der Nordbergstrasse 15 (ehemalige Direktion der Post AG) zusammengeführt werden. Aufgrund der weiterhin steigenden Anzahl von Projekten mussten inzwischen aber schon wieder umliegende Standorte angemietet werden. Für 2013 ist eine neuerliche Umsiedelung in das ehemaliges PVA-Gebäude an der Rossauerlände 3 geplant, womit dann wieder ein einheitlicher Fakultätsstandort gegeben sein wird, nun auch wieder in Nähe zu anderen naturwissenschaftlichen Fächern. Es soll auch der Standort der Computational Sciences an der Universität Wien werden.

Das gemeinsame Ziel, hochqualitative Forschung von möglichst großer Originalität zu betreiben, führt zu einem sehr produktiven Klima innerhalb der Fakultät. Dieses inspirierende Ambiente wird weiter verstärkt durch die im Umfeld der Fakultät angesiedelten Forschungsinstitute, dem Erwin Schrödinger Institut für Mathematische Physik (ESI) und dem Wolfgang Pauli Institut (WPI), an denen regelmässig Workshops und Tagungen stattfinden.

Zuletzt sei noch hervorgehoben, dass die Stärke unserer Fakultät nicht auf den Leistungen von einigen wenigen Aushängeschildern basiert, sondern auf einer gleichmässig hohen Qualität in allen Kurien. Aufgrund der Struktur (eine begrenzte Zahl von Professuren, bei gleichzeitiger Entstehung einer Vielzahl von Forschungsgruppen) ergibt sich sogar ein im Vergleich zu anderen österreichischen Instituten vermutlich überdurchschnittlicher Beitrag des Mittelbaus in den Bereichen Forschung, Lehre und Administration.

Lehre

Die Lehrveranstaltungen unserer Fakultät decken Bachelor-, Master-, Doktorats- und Lehramtsstudium Mathematik sowie das auslaufende Diplomstudium vollständig ab. Insgesamt sind in diesen Studien derzeit fast 1500 StudentInnen inskribiert. Daneben betreuen wir auch einen Teil des Lehramtsstudiums Informatik und bieten Servicelehre für andere Studienrichtungen an, insbesondere für Physik, Astronomie, Meteorologie und Geophysik, Biologie und Informatik. Einen weiteren Schwerpunkt im Ausbildungssektor stellen regelmäßige Weiterbildungsveranstaltungen für LehrerInnen an Gymnasien dar, beispielsweise der jährlich stattfindende und auf Aktivitäten von Hans-Christian Reichel zurückgehende Lehrerfortbildungstag am ersten Freitag nach Ostern.

Die Umstellung auf die Bologna-Architektur erfolgte an unserer Fakultät mit dem Wintersemester 2007/08. Im Zuge dieser Umstellungen wurde auch der Studienplan für das Lehramtsstudium neu gestaltet, das einen wichtigen Teil unserer Lehraufgaben darstellt. Nach dieser Umstellung ist nur noch das erste Semester des Mathematistudiums für LehramtskandidatInnen und BachelorstudentInnen gleich, ab dann werden fast nur noch getrennte Lehrveranstaltungen angeboten, um den unterschiedlichen Zielsetzung der beiden Studien optimal gerecht werden zu können.

Beim Entwurf der Bologna–Curricula wurde die Einheitlichkeit der Mathematik in den Vordergrund gestellt. Insbesondere haben wir uns entschlossen jeweils nur ein Bachelorprogramm und ein Masterprogramm für Mathematik anzubieten, und Möglichkeiten zur Spezialisierung durch innere Differenzierung der Curricula zu realisieren. Im Bachelorcurriculum betrifft die innere Differenzierung 42 ECTS (also knapp eineinhalb Semester) und wird durch eine Wahlmöglichkeit zwischen zwei alternativen Pflichtmodulgruppen realisiert. Die beiden Modulgruppen "Vorbereitung auf wissenschaftliche Arbeit" und "wissenschaftliche Berufsvorbereitung” unterscheiden sich weniger in den behandelten Themen als vielmehr in der Art der Präsentation. In der Modulgruppe “Vorbereitung auf wissenschaftliche Arbeit”, die sich primär an Studierende richtet, die ein anschließendes Masterstudium anstreben, liegt der Schwerpunkt auf einem systematischen Aufbau der Grundlagen. In der “mathematischen Berufsvorbereitung” stehen überblicksartige und examplarische Präsentationen im Vordergrund. Ein anschließendes Masterstudium ist mit beiden Modulgruppen möglich.

Das Ziel, im Bachelorprogramm eine breite und solide Grundausbildung sicherzustellen, führt dazu, dass, insbesondere in der “wissenschaftlichen” Modulgruppe, den Studierenden nur wenige Wahlmöglichkeiten angeboten werden können. Zum Ausgleich ist das Mastercurriculum sehr frei gestaltet (es gibt keine einzige Lehrveranstaltung, die für alle Studierenden verpflichtend ist) und bietet eine Vielzahl von Wahl– und Kombinationsmöglichkeiten. Im Laufe des Studiums wählen die Studierenden einen der folgenden sieben Studienschwerpunkte:

- Algebra, Zahlentheorie und diskrete Mathematik
- Analysis
- Angewandte Mathematik und Scientific Computing
- Biomathematik
- Geometrie und Topologie
- Mathematische Logik und theoretische Informatik
- Stochastik und dynamische Systeme

Für den gewählten Studienschwerpunkt sind eine vorgeschriebene Standardausbildung von 30 ECTS Umfang sowie (im Rahmen des Schwerpunktes) frei wählbare Vertiefungslehrveranstaltungen im Ausmaß von 21 ECTS zu absolvieren. Zusätzlich sind insgesamt 24 ECTS an Lehrveranstaltungen aus anderen Schwerpunkten (davon 15 ECTS aus der Standardausbildung) zu absolvieren. Abgerundet werden die vorgeschriebenen Lehrveranstaltungen durch 15 ECTS, die frei aus allen Schwerpunkten gewählt werden können. Somit haben die Studierenden die Möglichkeit, entweder die Breite oder die Tiefe ihrer mathematischen Ausbildung zu betonen und ihr Studienprogramm entsprechend den vielfältigen Wechselwirkungen zwischen den mathematischen Teilgebieten zu gestalten.

Für die Qualität des Masterstudiums ist, vor allem im Bereich der Vertiefungslehrveranstaltungen, natürlich die Qualität und Breite der an der Fakultät vertretenen Forschungsgruppen von zentraler Bedeutung. Das gilt analog auch für das Doktoratsstudium. Hier wurde bei der (durch die gesetzlich vorgeschriebene längere Mindeststudiendauer notwendig gewordene) Umstellung der Curricula im Herbst 2009 die bisherige freie Gestaltung des Studienplans beibehalten beziehungsweise ausgebaut. Das Curriculum gibt nur einen Rahmen für den Umfang der zu absolvierenden Lehrveranstaltungen vor, die Details werden in einer Dissertationsvereinbarung festgelegt, die von dem/der Studierenden und dem/der BetreuerIn in Absprache mit dem studienrechtlich zuständigen Organ abgeschlossen wird. Verstärkt wird das Angebot an spezialisierter Lehre noch durch Lehrveranstaltungen von GastprofessorInnen sowie durch die Senior Fellow Lectures von renommierten SpitzenforscherInnen angeboten werden, die das Erwin Schrödinger Institut im Rahmen des Senior Fellow Programmes besuchen.

Ein Gutteil der Studierenden im Doktoratsbereich ist an der Fakultät angestellt. Neben der häufigen Variante einer Finanzierung über Einzelprojekte sind Mitglieder der Fakultät auch führend an verschiedenen Doktoratsschulen beteiligt. Hier ist insbesondere das Wissenschaftskolleg "Differential equations: Models in science and engineering" zu nennen, das gemeinsam mit der TU Wien abgewickelt wird. Es ist eingebettet in den EU finanzierten Marie Curie Early Stage Training Multi Site "Differential Equations". Von den ersten fünf der von der Universität Wien eingerichteten Initiativkolllegs waren zwei ("Modern Mathematical Analysis and Applications - Time-Frequency and Microlocal Analysis", "Differential Geometry and Lie groups") fast vollständig an unserer Fakultät angesiedelt, an einem dritten ("The Sciences in Historical Context") waren Fakultätsmitglieder beteiligt. Im Herbst 2010 beginnen zwei Fakultäts– bzw. Universitätsübergreifende DK+ Doktoratskollegs mit Beteiligung unserer Fakultät.

Die Qualität der Ausbildung, die sich am Ende natürlich aus einer Vielzahl von Einzelleistungen zusammensetzt, ist an einer großen Anzahl von Auszeichnungen unserer AbsolventInnen (von ÖMG Studienpreisen über Würdigungspreisen des Ministeriums bis hin zu verschiedenen Exzellenzstipendien) und ihrem späteren Werdegang abzulesen.

Um vermehrt Schüler für ein Mathematikstudium begeistern zu können organisiert die Fakultät für Mathematik seit 2006 jährlich eine Sommerschule für SchülerInnen ab der 6. Oberstufe, die besonderes Interesse an Mathematik haben.

Forschung in Zahlen

Die erfolgreichen Aktivitäten der Mitglieder in der Forschung erstrecken sich auf weite Teile der reinen und angewandten Mathematik.

Aktuell laufen an der Fakultät 10 EU-Projekte, 65 FWF-Projekte, 10 WWTF-Projekte und 8 sonstige Drittmittelprojekte. Das gesamte Fördervolumen beträgt etwa 30 Millionen EUR pro Jahr. Zusätzlich zu den 69 wissenschaftlichen Planstellen des Instituts (davon 50 Habilitierte und 19 Assistenten) sind aus diesen Mitteln derzeit 59 PostDoc's, 59 DissertantInnen und 15 sonstige Mitarbeiter angestellt.

Die Anerkennung der Fakultät wird durch zahlreiche Preise belegt, sowohl national von mehreren Wittgensteinpreisen, über mehrere START-Preise bis hin zu mehreren Exzellenzstipendien und Studienpreisen für unsere Absolventen, als auch international wie z.B. ERC Advanced Grants, ein Göran Gustafsson-Preis, ein KAUST Award oder ein Marie-Curie Excellence Grant.

Mitglieder unserer Fakultät sind an entscheidenden Stellen im Erwin Schrödinger Institut und im Wolfgang Pauli Institut tätig. Neben den Monatsheften für Mathematik, die unserer Fakultät traditionell eng verbunden sind, sind Mitglieder der Fakultät als Herausgeber von mehr als 30 internationalen Fachzeitschriften, bei fünf davon als Chefherausgeber, tätig.

Absolventen unserer Fakultät sind in vielen Forschungsbereichen in der ganzen Welt und in den verschiedensten Anwendungsgebieten tätig (darunter Größen wie Wolfgang Schmidt und Martin Nowak).

3 Beschreibung der Forschungsschwerpunkte

Im Anschluss an eine kurze Auflistung aller an der Fakultät vertreten Forschungsgruppen, folgt eine Beschreibung der einzelnen Forschungsschwerpunkte, soweit sie uns von den einzelnen Forschungsgruppen zur Verfügung gestellt wurden.

1. Kurt Gödel Research Center
2. Biomathematik, Dynamische Systeme und Wahrscheinlichkeitstheorie
    - Biomathematik
    - Dynamische Systeme und Ergodentheorie
    - Finanzmathematik
3. Analysis, Geometrische Strukturen und Mathematische Physik
    - Differential Algebras and Nonlinear Analysis (DIANA)
    - Differentialgeometrie und Lie Gruppen
    - Komplexe Analysis
    - Mathematische Physik
4. Computational Science
    - A Computational Research Enterprise (ACORE)
    - Computerorientierte Mathematik (CMA)
    - Numerical Harmonic Analysis Group (NUHAG)
    - Partielle Differentialgleichungen und Anwendungen
5. Arithmetik, Algebra, und Diskrete Mathematik

- Arithmetik und Zahlentheorie
- Algebraische Geometrie
- Algebraische Strukturen
- Kombinatorik und Diskrete Mathematik

6. Fachdidaktik/Schulmathematik

Die im Folgendem jeweils aufgelisteten Personen umfassen alle habilitierten Mitglieder die entweder aus Fakultätsmittel oder aus einem eigenen Forschungsprojekt angestellt sind.

3.1 Kurt Gödel Research Center

Sy-David Friedman (Mathematische Logik) · Jakob Kellner (Forcing)

Das Kurt Gödel Research Center (KGRC) beschäftigt sich mit mathematischer Logik, in erster Linie mit Mengenlehre, in letzter Zeit auch vermehrt mit deskriptive Mengenlehre, Modelltheorie, Berechenbarkeitstheorie und insbesondere den Verbindungen dieser Gebiete untereinander und zur Mengenlehre.

Mathematische Logik behandelt (mit rein mathematischen Methoden) metamathematische Fragen wie "was ist ein Algorithmus" oder "was ist ein Beweis". Klärung dieser Begriffe ermöglicht unter anderem Beweise, dass bestimmte Probleme nicht algorithmisch lösbar oder dass bestimmte mathematische Sätze unabhängig sind (d.h., weder beweisbar noch widerlegbar).

Berechenbarkeitstheorie untersucht Algorithmen. Ein bekanntes Resultat (Matiyasevich): Es gibt keinen Algorithmus, der für ein Polynom mit ganzzahligen Koeffizienten entscheidet, ob dieses Polynom eine ganzzahlige Nullstelle hat. Berechenbarkeitstheorie hat auch wichtige Anwendungen in deskriptiver Mengenlehre. Am KGRC wird u.A. über algorithmischen Zufall und über Komplexitätsgrade von Äquivalenzrelationen auf natürlichen Zahlen geforscht.

Mengenlehre bietet eine (prädikatenlogische) Sprache, in der sich (im wesentlichen) die gesamte Mathematik auf natürliche Weise formulieren lässt, sowie das Axiomensystem ZFC, das eine quasi-universelle Axiomatisierung der gesamten Mathematik darstellt: Ein mathematischer Satz wird heutzutage genau dann als bewiesen akzeptiert, wenn er sich (im Prinzip) formal aus ZFC herleiten lässt. Ein Satz heißt unabhängig von ZFC, wenn er aus ZFC weder beweisbar noch widerlegbar ist.

Die Gödelschen Unvollständigkeitssätze liefern (mit rein logischen Methoden) Beispiele von unabhängigen Sätzen (z.B. die Konsistenz von ZFC). Es gibt aber auch Sätze, die auf viel stärkere Art (und aus mengentheoretischen, nicht logischen Gründen) unabhängig von ZFC sind: Das klassische Beispiel ist die Kontinuumshypothese (CH): "Jede unendliche Menge reeller Zahlen lässt sich bijektiv entweder auf $\mathbb{N}$ oder auf $\mathbb{R}$ abbilden." Der Beweis der Unabhängigkeit von CH bildet die Keimzelle der modernen Mengenlehre. Ein anderes zentrales Phänomen sind "große Kardinalzahlen", verschiedene Begriffe von "höheren Unendlichkeiten". Es stellt sich bemerkenswerterweise heraus, dass die Konsistenzstärken dieser Begriffe linear geordnet sind, und dass viele Sätze aus Mengenlehre und anderen Gebieten der Mathematik zu einer dieser Kardinalzahlen äquikonsistent sind. (Z.B.: "Es gibt eine Fortsetzung des Lebesque-Maßes auf ganz $\mathcal{P}(\mathbb{R})$" hat die Konsistenzstärke einer *measurable cardinal*.)

Am KGRC forschen wir über Forcing, class forcing, große Kardinalzahlen, cardinal characteristics, innere Modelle und Feinstruktur, sowie über Anwendungen von Mengenlehre auf z.B. Maßtheorie, mengentheoretische Topologie, und (universelle) Algebra.

Deskriptive Mengenlehre behandelt vorwiegend "definierbare" Mengen, die (vor allem unter der Annahme von großen Kardinalzahlen) schöne Regularitätseigenschaften haben. (Z.B.: Borelmengen und analytische Mengen sind messbar; wenn es Woodin cardinals gibt sind sogar alle projektiven Mengen messbar.) Am KGRC wird u.A. an Anwendungen auf Operatoralgebren und auf Klassifikationstheorie geforscht.

Modelltheorie untersucht den Zusammenhang von Eigenschaften einer Theorie T und der Struktur der Modelle von T. Am KGRC wird über abstrakte elementare Klassen und über berechenbare Modelltheorie geforscht (z.B.: welche Theorien haben entscheidbare Modelle?).

`http://www.logic.univie.ac.at/`

3.2 Biomathematik, Dynamische Systeme und Wahrscheinlichkeitstheorie

1 Biomathematik

Reinhard Bürger (Mathematische Populationsgenetik) · Joachim Hermisson (Theoretische Populationsgenetik) · Josef Hofbauer (Spieltheorie, mathematische Ökologie und Ökonomie) · Christian Schmeiser (Mathematische Zellbiologie) · Kristan Schneider (Populationsgenetik und Epidemiologie; dzt. karenziert) · Karl Sigmund (Spieltheorie)

Diese Gruppe befasst sich sowohl mit Anwendungen und Problemen in der Biologie als auch mit mathematischen Fragestellungen, die ihren Ursprung in der Biologie haben. Sie entsprang der Initiative von Prof. Peter Schuster (Institut für Theoretische Chemie der Universität Wien), der Ende der 1970er Jahre mathematische Mitarbeiter für die Arbeit an evolutionstheoretischen Problemen suchte und fand.

Die Hauptforschungsgebiete sind Evolutionsbiologie mit den Schwerpunkten Populationsgenetik und evolutionäre Spieltheorie, mathematische Ökologie, mathematische Ökonomie, und Zellbiologie. Die verwendeten Methoden inkludieren insbesondere dynamische Systeme, stochastische Prozesse, Computersimulationen, und partielle Differentialgleichungen.

In der Populationsgenetik studiert man die Veränderung der genetischen Zusammensetzung von Populationen oder Arten unter dem Einfluss von Vererbung, Selektion, Migration, Paarungsverhalten, stochastischen Faktoren, und anderen genetischen und evolutionären Mechanismen. Ziel ist ein besseres Verständnis der Mechanismen der biologischen Evolution. Umgekehrt wird durch die enormen Fortschritte in der Molekulargenetik umfangreiches Datenmaterial zur Verfügung gestellt, das es ermöglicht die Spuren, die die Evolution in Genomen rezenter Arten hinterlassen hat, zu analysieren. In diesem bedeutenden Forschungsgebiet bedarf es enger Zusammenarbeit von Genetikern, Bioinformatikern, Statistikern, und Mathematikern.

Die evolutionäre Spieltheorie wurde zum Studium von vererblichen Verhaltensweisen (Strategien) eingeführt, deren Selektionsvorteil von der Zusammensetzung der Population abhängt (also von den anderen 'Spielern'). Im Vordergrund der Forschung steht die Analyse von dynamischen Systemen, die die Evolution von Populationen beschreiben, in denen verschiedene Strategien gespielt werden. Studiert werden dabei die Eigenschaften diverser Spieldynamiken (etwa die Replikatordynamik) und Anwendungen auf die Evolution von Kooperation sowie auf verschiedenste andere Probleme in der Ökologie und Ökonomie.

Es gibt zahlreiche Kooperationen mit Biologen, Genetikern, Bioinformatikern, Statistikern, Ökonomen, und natürlich Mathematikern, sowohl innerhalb Österreichs als auch weltweit. Enge Zusammenarbeit gibt es insbesondere mit Instituten am Wiener Biozentrum, in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften und an der Veterinärmedizinischen Universität, weiters mit dem IST Austria und dem IIASA. Diese Vielfalt in Anwendungen und Kooperationen spiegelt sich auch darin wider, dass vier Miglieder dieser Gruppe an drei verschiedenen Doktoratskollegs (DK+) beteiligt sind. Weiters gibt es eine Vielzahl von Forschungsprojekten, die von WWTF, FWF, ESF, u.a. gefördert werden. Ein Mitglied hat eine Stiftungsprofessur des WWTF inne.

Mit den im Wiener Biozentrum angesiedelten Instituten spielt Wien im Bereich der Zellbiologie eine international bedeutende Rolle. In den letzten Jahren hat sich eine fruchtbare Kooperation mit theoretischen Gebieten wie der Bioinformatik und der Mathematik entwickelt. Kürzlich wurde durch das *Johann Radon-Institut* (RICAM) eine von einem Mitglied dieser Arbeitsgruppe geleitete Gruppe *Mathematical Methods in Molecular and Systems Biology* am Wiener Biozentrum angesiedelt. Zu den wissenschaftlichen Schwerpunkten gehören die Modellierung und Simulation der Dynamik von Teilen des Zytoskeletts sowie von interagierenden Zellensembles (Soziomikrobiologie). Als wesentlichste Drittmittelaktivität in diesem Bereich seien zwei vom WWTF geförderte Kooperationsprojekte mit dem

Institute for Molecular Biotechnology (IMBA, ÖAW) genannt.
`http://homepage.univie.ac.at/Reinhard.Buerger/Biomathematik.html`

2 Dynamische Systeme und Ergodentheorie

Franz Hofbauer (Ergodentheorie, Dynamische Systeme) · Viktor Losert (Ergodentheorie, Harmonische Analysis) · Peter Raith (Ergodentheorie, Intervallabbildungen) · Klaus Schmidt (mehrparametrische Ergodentheorie, Verbindungen zu Algebra und Arithmetik) · Roland Zweimüller (Ergodentheorie, Verbindungen zur Wahrscheinlichkeitstheorie)

Ergodentheorie, harmonische Analysis und Funktionalanalysis (V. Losert). Das wohl zentralste Resultat in der klassischen Ergodentheorie ist wohl der individuelle Ergodensatz von Birkhoff, der unter gewissen Zusatzvoraussetzungen (der 'Ergodizität') eine exakte Interpretation von Boltzmanns Postulat 'Zeitmittel = Raummittel' liefert. In der Funktionalanalysis werden viel allgemeinere Ergodensätze über die Mittel von Potenzen linearer Operatoren bewiesen. Andere Verbindungen zwischen Ergodentheorie, Funktionalanalysis und harmonischer Analyse ergeben sich aus der Untersuchung von Aktionen allgemeinerer Gruppen auf Maßräumen oder linearen Räumen, sowie aus der Theorie der Operatoralgebren.

Ergodentheorie und Wahrscheinlichkeitstheorie (R. Zweimüller). Die Ergodentheorie ist seit jeher eng mit der Wahrscheinlichkeitstheorie verbunden. So definiert jeder stationäre stochastische Prozess eine maßtreue Transformation auf einem Wahrscheinlichkeitsraum, und asymptotische Aussagen über das stochastische Verhalten von Prozessen (z.B. Rekurrenz oder Grenzwertsätze) werden oft mit Methoden aus der Ergodentheorie bewiesen. Die Untersuchung von Abbildungen auf unendlichen Maßräumen führt ebenfalls zu interessanten, aber auch schwierigen wahrscheinlichkeitstheoretischen Fragen über Rekurrenz und asymptotisches Verhalten gewisser nichtstationärer Prozesse.

Intervallabbildungen (F. Hofbauer und P. Raith). Viele klassische dynamische Systeme lassen sich durch geeignete Wahl eines 'Querschnitts' des Systems auf eine Intervallabbildung zurückführen. Stückweise monotone Intervallabbildungen bilden eine besonders intensiv untersuchte Klasse von chaotischen dynamischen Systemen. Hier ist die Struktur der nichtwandernden Menge und der invarianten Maße von besonderem Interesse, sowie das Verhalten dieser Objekte unter Störungen des Systems.

Mehrdimensionale dynamische Systeme (K. Schmidt). Die klassische Theorie der dynamischen Systeme beschäftigt sich vornehmlich mit dem asymptotischen Verhalten einzelner Transformationen und Strömungen (also von Aktionen der natürlichen Zahlen, der ganzen Zahlen oder der reellen Zahlen, die üblicherweise als Zeitentwicklungen eines gegeben Systems interpretiert werden). Viele Probleme aus der Physik und anderen Anwendungsgebieten führen aber zu Systemen mit mehrdimensionalen Symmetriegruppen (z.B. Kristalle, Quasikristalle oder Gittersysteme aus der statistischen Physik). Hier haben in den letzten Jahren sogenannte 'algebraische' Aktionen mehrdimensionaler Gruppen zu unerwarteten neuen Phänomenen geführt, die auch für die Untersuchung allgemeinerer Systeme wertvolle Einsichten liefern.

Nach der Emeritierung von K. Schmidt mit Oktober 2009 ist derzeit eine Professur auf dem Gebiet der dynamischen Systeme ausgeschrieben.

`http://plone.mat.univie.ac.at/research/groups/et`

3 Finanzmathematik

Walter Schachermayer (stochastische Analysis und Finanzmathematik)

Mit der im Jahr 2008 erfolgten Berufung von Walter Schachermayer an die Universität Wien wurde an der Fakultät für Mathematik eine Forschungsgruppe für Finanzmathematik gegründet. Neben einer Reihe von Projekt-finanzierten Postdocs und DissertantInnen gehören ihr drei junge KollegInnen an: Mathias Beiglböck, Johanna Michor (dzt. karenziert) und Johannes Muhle–Karbe.

Forschungsgegenstand der Finanzmathematik ist die stochastische Modellierung von Finanzmärkten. Typische Fragestellungen sind beispielsweise die Bewertung und Absicherung von Optionen und anderen Derivaten, oder die Optimierung von Portfolios. Die erste Frage geht auf L. Bachelier (1900) zurück, der – 5 Jahre vor Einstein und Smoluchowski – die Theorie der Brownschen Bewegung entwickelte, um Preise von Optionen zu berechenen. Seit den siebziger Jahren erfuhr dieses Gebiet eine Renaissance, die mit den Namen Black, Scholes und Merton (Nobelpreis für Ökonomie 1997) verbunden ist.

Die Forschungsgruppe befasst sich mit der stochastischen Theorie, die hinter den finanzmathematischen Anwendungen steht. Stichwörter sind Semi-Martingale, No Arbitrage, das "Fundamental Theorem of Asset Pricing", die Dualitätstheorie der Portfolio-Optimierung etc.

Ein neuer Schwertpunkt, der von der Gruppe in den kommenden 5 Jahren im Rahmen eines ERC grants behandelt wird, betrifft die Rolle von Transaktionskosten (z.B. Tobin tax) in der Portfolio-Optimierung. Dies führt auf mathematisch interessante Fragestellungen, die über den üblichen Rahmen der Semi-Martingal-Theorie hinausführen.

`http://plone.mat.univie.ac.at/research/groups/mathematical-finance`

3.3 Analysis, Geometrische Strukturen und Mathematische Physik

1 Differential Algebras and Nonlinear Analysis (DIANA)

James D. E. Grant (Differentialgeometrie, allgemeine Relativitätstheorie) · Michael Grosser (Funktionalanalyis, Algebren verallgemeinerter Funktionen) · Günther Hörmann (Regularitätstheorie, partielle Differentialgleichungen) · Michael Kunzinger (Algebren verallgemeinerter Funktionen, nichtglatte Differentialgeometrie) · Roman Popovych (Symmetriegruppen, mathematische Physik) · Roland Steinbauer (nichtglatte Differentialgeometrie, allgemeine Relativitätstheorie)

In vielen Problemstellungen der Analysis und Geometrie spielen Singularitäten (im weitesten Sinn) eine wichtige Rolle. Die Forschungsgruppe DIANA beschäftigt sich primär mit Fragestellungen, in denen die gleichzeitige Beherrschung niedriger Regularität, nichtlinearer Operationen und Differentiation erforderlich ist. Ausgehend von der linearen Theorie der Distributionen nach Sobolev und Schwartz und motiviert durch den sequentiellen Zugang zur Distributionentheorie nach Mikusinski leiten sich die verwendeten Methoden dabei oftmals aus der Theorie der Differentialalgebren verallgemeinerter Funktionen (nach Colombeau, Egorov, Oberguggenberger) ab.

In der Strukturtheorie von Algebren verallgemeinerter Funktionen wurden in den letzten Jahren diffeomorphismeninvariante Einbettungen von Distributionenräumen (sowohl skalar als auch vektorwertig) konstruiert, die maximale Konsistenzeigenschaften bezüglich klassischer Operationen (Produkt glatter Funktionen, Lie-Ableitungen) besitzen. Während in der Distributionentheorie die Charakterisierung durch Punktwerte verloren geht, wurde in Colombeaualgebren eine entsprechende Theorie verallgemeinerter Punkte und Punktwerte entwickelt, die es in vielen Fällen erlaubt, Beweistechniken der klassischen Analysis auf verallgemeinerte Funktionen zu erweitern. Der von der Gruppe mitentwickelte Zugang zur nichtglatten Differentialgeometrie findet insbesondere in der Symmetriegruppen-Analyse partieller Differentialgleichungen und der mathematischen Relativitätstheorie Anwendung (Studium singulärer Raumzeiten, normal hyperbolische Operatoren für singuläre Metriken).

Eines der Hauptanwendungsgebiete nichtlinearer Theorien verallgemeinerter Funktionen sind partielle Differentialgleichungen mit stark singulären Daten und/oder Koeffizienten. Die Motivation für das Studium derartiger Probleme kommt häufig aus der mathematischen Physik, insbesondere aus der Geophysik (z.B. Wellenausbreitung in heterogenen Medien mit nichtglatten Übergängen oder Schichtungen, seismische Wellen). Die Mitglieder der Forschungsgruppe entwickeln neue Methoden und Konzepte für die Untersuchung des Problems der Ausbreitung von Singularitäten, auf Basis einer erweiterten mikrolokalen Theorie von Pseudodifferential- und Fourier-Integraloperatoren mit distributionellen

Symbolen und Phasenfunktionen.

Die Forschungsgruppe ist national und international eng vernetzt, insbesondere mit folgenden Universitäten: Innsbruck (M. Oberguggenberger), Southampton (J. Vickers), Imperial College London (C. Garetto), Gent (H. Vernaeve).

http://www.mat.univie.ac.at/~diana/

2 Differentialgeometrie und Lie Gruppen

Andreas Čap (Parabolische Geometrien, Lie Gruppen) · Stefan Haller (Differentialgeometrie und Topologie) · Andreas Kriegl (nichtlineare Funktionalanalysis, quasianalytische Funktionen) · Peter Michor (Differentialgeometrie, Diffeomorphismengruppen, Shape spaces) · Yuri Neretin (Darstellungstheorie, nichtkommutative Harmonische Analysis, Symmetric Spaces) · Armin Rainer (Invariantentheorie, quasianalytische Funktionen)

Als Post Docs sind Matthias Hammerl und Katja Sagerschnig taetig. Als Dissertanten arbeiten Martin Bauer, Philipp Harms, Osmar Maldonado, Ales Navrat und die ganz neue Doktorin Katharina Neusser. Unter den früheren Mitgleidern finden sich Stuart Armstrong, Simon Hochgerner, Josef Teichmann und Dennis Westra.

Eines der Hauptgebiete in der Forschungsgruppe ist Differentialrechung im Unendlichdimensionalen (Convenient Calculus) in verschiedenen kategoriell richtigen Ausformungen, darauf aufbauend die unendlichdimensionale Differentialgeometrie, wo geometrische Strukturen auf Mannigfaltigkeiten untersucht werden, die auf lokalkonvexen Vektorräumen modelliert sind. Darunter fallen Diffeomeorphismengruppen und “Shape spaces”. Riemann Metriken auf ‘shape spaces’ werden in der Bildanalyse verwendet.

Ein zweites Hauptgebiet ist das Studium von Wirkungen von Liegruppen, von geometrischen Strukturen von endlicher Ordnung, und von Cartan-Zusammenhängen. Dies hat starke Verbindungen zur Algebra, insbesondere zur Darstellungstheorie halbeinfacher Gruppen. Das Gebiet der “Parabolischen Geometrie” ist in Zusammenarbeit mit Brünn und Prag hier entstanden.

Eine stark bearbeitete Frage ist auch, wie differenzierbar man Wurzeln von solchen Polynomen wählen kann, die von Parametern glatt (reell analytisch, quasianalytisch, ...) abhängen. Dieselbe Frage wird auch fuer parametrisierte Familien von unbeschränkten selbstadjungierten Operatoren mit kompakter Resolvente behandelt.

http://www.mat.univie.ac.at/~cap/group.html

3 Komplexe Analysis

Bernhard Lamel (CR-Geometrie) · Friedrich Haslinger ($\bar{\partial}$-Neumann Problem)

Diese Gruppe arbeitet im Umfeld von zwei grossen Problemfeldern, welche in ihren Anwendungen eng verwandt sind.

Einerseits beschäftigt sie sich mit dem $\bar{\partial}$-Neumann Problem. Dieser grundlegende Ansatz in der Komplexen Analysis mehrerer Veränderlicher verbindet die Lösungen der $\bar{\partial}$-Gleichung (das heisst, holomorphe Funktionen) auf Gebieten im $\mathbf{C}^N$ mit dem Verhalten des Laplace-Operators des zugeordneten Komplexes, welcher als $\Box$-Operator bezeichnet wird; sein Inverses ist der $\bar{\partial}$-Neumann Operator. Das Problem bei diesem Operator ist, daß die natürlichen Neumann-Randbedingungen nicht koerziv sind, und das entstehende Randproblem daher nicht mehr elliptisch ist; seine Analyse unterliegt deswegen starken Einflüssen der Randgeometrie der betrachteten Gebiete. Aktuelle Fragestellungen gehen auf die Spektralanalyse des kanonischen Lösungsoperators unter verschiedenen Voraussetzungen ein, welche direkte Auswirkungen auf das Regularitätsverhalten der $\bar{\partial}$-Gleichung hat. Wichtige Bedingungen, welche untersucht werden, sind das Wachstumsverhalten und Positivitätseigenschaften von plurisubharmonischen Funktionen, und deren Einfluss auf solche Regularitätseigenschaften.

Andererseits beschäftigt sich die Arbeitsgruppe mit CR (kurz für Cauchy-Riemann) Geometrie. Dies ist die Geometrie von reellen Untermannigfaltigkeiten komplexer Räume, wobei man als Strukturgruppe biholomorphe Abbildungen betrachtet. Insbesondere versucht man hier, verschiedene Klassen von Mannigfaltigkeiten durch Normalformen zu charakterisieren, oder zumindest die Struktur verschiedener Abbildungsgruppen (oder auch allgemeiner von Abbildungen an sich) zu verstehen. Neben dem geometrischen Interesse soll dies auch zu einem besseren Verständnis der Bedingungen führen, welche bei der Analyse der $\bar{\partial}$-Gleichung in natürlicher Weise auftauchen. Insbesondere interessieren wir uns für Regularitätseigenschaften holomorpher Abbildungen von Gebieten am Rand derselben, einem faszinierenden klassischen Problem, das bis heute nur in einigen speziellen Fällen verstanden wird, sowie für die Frage, wie man potentialtheoretische Eigenschaften von Gebieten geometrisch charakterisieren kann (und umgekehrt).

In den Anwendungen spielt dann das Regularitätsverhalten des $\bar{\partial}$-Operators (am Rand) die entscheidende Rolle, und Analysis, Geometrie, sowie Potentialtheorie fliessen in dessen Untersuchung in engem Zusammenhang ein. Weiters ergeben sich faszinierende Brücken zur Spektraltheorie von Pauli- und Schrödingeroperatoren in den analytischen Fragestellungen, und interessante Querverbindungen zu algebraischen Problemen (Lösungsverhalten von analytischen Gleichungen) bei den geometrischen Fragestellungen.

`http://plone.mat.univie.ac.at/research/groups/scv/`

4 Mathematische Physik

Adrian Constantin (Fluidmechanik) · Maria Hoffmann-Ostenhof (elliptische PDE) · Alexander Komech (hamiltonsche PDE) · Gerald Teschl (Spektraltheorie und Dynamische Systeme)

Diese Arbeitsgruppe beschäftigt sich mit mathematischen Problemen, die ihren Ursprung in der Physik haben.

Zunächst handelt es sich dabei um ganz klassische Probleme aus der Quantenmechanik, bei denen es um die Eigenschaften von Lösungen der Schrödingergleichung von Atomen und Molekülen geht. Mathematisch dreht es sich dabei um Regularitätstheorie von elliptischen partiellen Differentialgleichungen, insbesondere in der Nähe von Singularitäten der Koeffizienten. Ein weiteres Gebiet ist die inverse Spektral- und Streutheorie, speziell für den Fall der eindimensionalen Schrödingergleichung. Dabei geht es einerseits darum, das Spektrum des Operators beziehungsweise von Streugrössen zu verstehen, und anderseits darum, aus diesen Daten das zugehörige Potential zu rekonstruieren.

Insbesondere letzteres stellt den Kern der sogenannten inversen Streutransformation dar, mit deren Hilfe man nichtlineare, vollständig integrable Wellengleichungen lösen kann. Diese Methode ist vergleichbar mit der klassischen Methode, lineare partielle Differentialgleichungen mittels Fouriertransformation zu lösen und wird deshalb oft auch als nichtlineare Fouriertransformation bezeichnet. Es lässt sich damit eine Reihe integrable Wellengleichungen behandeln, wie zum Beispiel die Korteweg–de Vries-Gleichung (KdV), die Camassa–Holm-Gleichung (CH), die Toda-Gleichung, die Kac–van Moerbeke-Gleichung und das Ablowitz–Ladik-System. Aber nicht nur reine Existenzaussagen lassen sich damit beweisen, sondern auch die Langzeitasymptotik lässt sich mittels einer nichtlinearen Version der klassischen Methode des steilsten Abstiegs analysieren, indem man das inverse Streuproblem als Riemann–Hilbert-Problem formuliert. Auf diese Weise kann man zum Beispiel mathematisch rigoros beweisen, dass eine beliebige (hinreichend stark) abfallende Anfangsauslenkung bei der KdV Gleichung im Laufe der Zeit in eine Anzahl nach rechts laufender Solitonen plus einen nach links laufenden abklingenden oszillierenden Anteil zerfällt.

Abgesehen von integrablen Modellen, die in bestimmten Regimen gelten, z.B. KdV oder CH im seichten Wasser, sind Wellen mit großen Amplituden von Interesse. Das führt auf die Untersuchung von freien Randwertproblemen der eulerschen Gleichungen der Strömungsmechanik. Außer Oberflächenwellen sind auch noch die Strömung unter der Oberfläche von Interesse — mit besonderer Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen Welle und Strömung.

Ein weiterer Schwerpunkt sind globale Attraktoren für nichtlineare hamiltonsche partielle Differentialgleichungen und die Konvergenz zum statistischen Gleichgewicht bei hyperbolischen partiellen Differentialgleichungen mit zufälligen Anfangsdaten.

Derzeit laufen zwei grosse Forschungsprojekte zu den Themen “Spektralanalysis und Anwendungen auf Solitonengleichungen” und “Der Fluss unter einer Wasserwelle”.

http://plone.mat.univie.ac.at/research/groups/mp

3.4 Computational Sciences

1 A Computational Research Enterprise (ACORE)

Herbert Muthsam (numerische Hydrodynamik, Modellbildung, Stellarphysik) · Friedrich Kupka (numerische Hydrodynamik, Modellbildung, Stellarphysik)

Die Gruppe ACORE befasst sich traditionell mit sehr anwendungsnahen Fragestellungen aus dem Gebiet der astrophysikalischen Strömungsmechanik (mit diversen Erweiterungen). Im Zentrum stehen Simulation und Modellierung aus dem Bereich der Stellarphysik, dies auf der Basis umfangreicher Softwareentwicklungen, wobei (etwa auch in der einschlägigen Lehre) die Breite der verwendeten Methodik betont wird.

Derartige Arbeiten erfordern eine nicht zu geringe personelle Ausstattung, die vor allem in jüngerer Zeit durch diverse Forschungsprojekte sichergestellt werden konnte. Dementsprechend erlebt die Gruppe gerade derzeit einen namhaften Aufschwung. Wesentlicher Träger ist unser Programmpaket ANTARES (A Numerical Tool for Astrophysical RESearch). Es weist eine Kombination von Eigenschaften auf, wie sie es sonst auf dem Gebiet der Modellierung der stellaren Konvektion und Pulsation derzeit nicht gibt.

Wesentliche Eigenschaften von ANTARES sind

- Verschiedene hochauflösende ENO-Methoden für zeitabhänge Anfangs-Randwertprobleme der astrophysikalischen Hydrodynamik
- Arbeiten auch an Methoden für Fluide geringer Machzahl
- Gekoppelte Gleichungen für (wahlweise) kompressible Hydrodynamik, Strahlungstransport und Magnetohydrodynamik (inklusive Varianten für zweikomponentige Fluide)
- Räumlich 1D, 2D oder 3D
- Gitter rektilinear oder in Polarkoordinaten
- Gitterverfeinerung, in zunehmendem Maße auch adaptiv
- Gitter z.T. beweglich (für Sternpulsationen)
- realistische Mikrophysik (Zustandsgleichung, Viskosität, Opazitäten)
- Hochgradige Parallelisierung auf verschiedenen Computerarchitekturen möglich durch Verwendung sowohl von MPI wie auch von OpenMP.

Die Software ist in beständiger Erweiterung begriffen. Ein wesentlicher Teil der Problematik besteht darin, dass Methoden, die sich bei Standardtests (übliche shock tube problems etc.) bewähren, noch lange nicht bei den hier erforderlichen Langzeitintegrationen ohne weiteres funktionsfähig sind. Es wird derzeit z.B. daran gearbeitet, wie die Behandlung der Strahlungstransportgleichung so gestaltet werden kann, dass sich nicht, wie momentan, eine für gewisse Klassen von Objekten prohibitiv kleine zeitliche Schrittweite ergibt. Ebenso wird derzeit an der Verbesserung von Methoden für Strömungen geringer Machzahl bei Zweikomponentenfluiden gearbeitet.

Unter Verwendung von ANTARES ergeben sich zunehmend Resultate. So haben wir z.B. in Zusammenhang mit der Sonnengranulation die höchste Auflösung weltweit erzielt, die den besonderen (von der allgemeinen Turbulenz abweichenden) turbulenten Zustand dieser Strömungen zeigt. In Hinblick auf die Sternklasse der Cepheiden sind wir die ersten, die realistische 2D-Modelle rechnen und derzeit die volle Komplexität der notwendigen Simulationen erkennen, wie dies auch bei einer anderen Klasse von Objekten (Sterne vom Spektraltyp A) der Fall war. Ebenso sind wir gerade im Begriffe, das wichtige und schwierige Gebiet der Semikonvektion, welches, was Simulationen betrifft, im astrophysikalischen Fall bisher nur durch ganz vereinzelte Anläufe und nie mit der notwendigen Konsequenz behandelt worden ist, auf breiterer Front aufzurollen; ist doch nicht einmal bekannt, ob stellare Semikonvektion sich als großräumiges Strömungsmuster oder im Sinne übereinander liegender, stufenförmiger Schichten gestaltet. In allen genannten Problemstellungen ist dabei die Variation der Lösung der betreffenden mathematischen Gleichungen, die die physikalische Situtation beschreiben, auf mehreren Größenordnungen auseinanderliegenden räumlichen und zeitlichen Skalen die entscheidende Schwierigkeit, die durch geeignete numerische Verfahren gelöst werden muss.

Wesentlich für derartige Arbeiten sind natürlich namhafte Ressourcen an Computerleistung. Diese konnten bzw. können einerseits an verschiedenen ausländischen Rechenzentren (Amsterdam, Garching, München) eingeworben werden. Sehr erfreulich ist in diesem Zusammenhang die Entwicklung des VSC (Vienna Scientific Cluster) in der jüngeren Vergangenheit, wo noch dazu in nächster Zeit eine sehr ansehnliche Aufstockung stattfindet, sodass hier kompetitive Ressourcen zur Verfügung stehen. Da detailierte numerische Simulationen für viele astrophysikalische Fragestellungen selbst für Supercomputeranwendungen zu kostenintensiv sind, beschäftigen wir uns auch mir der mathematischen Modellierung turbulenter Strömung. Die zu diesem Zweck hergeleiteten Modellgleichungen müssen unter anderem durch numerische Simulationen untersucht werden, da sie die Gültigkeit zusätzlicher Hypothesen über die reinen Erhaltungssätze der Hydrodynamik hinaus voraussetzen. Sie können aber dafür auch in Verbindung mit komplexen Fragestellungen gelöst werden, die einer Simulation derzeit nicht zugäglich sind. Die Wichtigkeit von Forschungsprojekten (besonders FWF, in einem Fall auch DFG) ist schon eingangs erwähnt worden.

`http://www.univie.ac.at/acore/`

2 Computerorientierte Mathematik (CMA)

Arnold Neumaier (Numerik, Optimierung, Computergestützte Statistik) · Hermann Schichl (globale Optimierung, Differentialgeometrie)

Der gemeinsame Schwerpunkt unserer Arbeit ist die Optimierung — das Finden des besten oder ungünstigsten Wertes einer Größe, die durch mathematische Beziehungen (Gleichungen und/oder Ungleichungen) eingeschränkt ist. Dies ergibt einen starken Bezug zu sehr unterschiedlichen Anwendungen, insbesondere im Bereich der statistischen Datenanalyse.

Zum Beispiel wird die für erfolgreiche Tier- und Pflanzenzüchtung notwendige genetische Variabilität der Leistung von Zuchtvieh und Zuchtpflanzen heute weltweit mit Hilfe des Softwarepakets VCE analysiert, das von der deutschen Forschungsanstalt für Landwirtschaft in Zusammenarbeit mit uns entwickelt wurde. Ein besonders von Klimaforschern geschätztes Programm ARfit zur Spektralanalyse multipler Zeitreihen entstand in Zusammenarbeit mit dem Program in Atmospheric and Oceanic Sciences der Princeton University. Aus einer Industrie-Zusammenarbeit entstand das Paket SNOBFIT, mit dem man aufwendige experimentelle Kalibrationen oder Computer-Simulationen effizient optimieren kann.

Eines der langfristigen Projekte unserer Gruppe ist die Schaffung und Weiterentwicklung von Optimierungspaketen, die für symbolisch gegebene Optimierungsprobleme mit Nebenbedingungen durch systematische Raumüberdeckung nicht nur lokal beste Werte, sondern das globale Optimum liefert. Die dazu u.A. eingesetzte Intervall-Analysis ist gleichzeitig ein wichtiges Werkzeug für das Führen rigoroser computergestützter Beweise; z.B. beruht der 1998 von Thomas Hales (Michigan) vorgestellte Beweis der fast 400 Jahre alten Keplerschen Vermutung u.a. auf Computerprogrammen, die mittels Intervall-Analysis und linearer Optimierung eine Vielzahl der benötigten Ungleichungen rigoros verifizierten.

Techniken aus der reellen algebraischen Geometrie führten vor kurzem zu notwendigen und zugleich hinreichenden Bedingungen für die Verifikation eines globalen Optimums eines Optimierungsproblems mit polynomialen Zielfunktionen und Nebenbedingungen. (Wie in einfachen Fällen schon aus der Schule — Sattelpunkte — bekannt, klafft bei allgemeineren Funktionen dagegen stets eine Lücke zwischen verifizierbaren notwendigen und hinreichenden Bedingungen.) Derzeit untersuchen wir die Möglichkeit, Effizienzsteigerungen durch Ausnutzen von Symmetrien, wie sie in vielen Optimierungsproblemen aus der Anwendung vorhanden sind, zu gewinnen. Im Fall kontinuierlicher Symmetrien führt das auf interessante Querverbindungen zur Differentialgeometrie und der Theorie der Lie-Gruppen.

Seit einiger Zeit befassen wir uns auch intensiv mit einer Modellierungssprache für beliebige Mathematik (`http://www.mat.univie.ac.at/~neum/FMathL.html`) und, als Zukunftsvision, der Schaffung eines automatischen mathematischen Assistenten.

http://www.mat.univie.ac.at/~neum/cma.html

3 Numerical Harmonic Analysis Group (NUHAG)

Hans G. Feichtinger (Abstract and Computational Harmonic Analysis) · Karlheinz Gröchenig (Zeit-Frequenz Analyse und Pseudo-Differentialoperatoren) · Norbert Kaiblinger (Harmonische Analyse)

Die Harmonische Analyse hat an der Fakultät für Mathematik eine lange Tradition, zurückgehend auf Arbeiten und Vorlesungen von Leopold Schmetterer, bzw. im Bereich der Abstrakten Harmonischen Analyse durch Hans Reiter, der 1971 nach Wien kam, wenige Jahre nach Publikation seines Buches (1968).

Durch die Lehrtätigkeit von Edmund Hlawka bzw. Johann Cigler standen am Anfang Querverbindungen zur Theorie der Gleichverteilung bzw. zur Theorie der Banach Moduln im Vordergund. Die Frage der Mittelbarkeit von lokalkompakten Gruppen bzw. Banachalgebren ist bis heute Forschungsgegenstand an der Fakultät. Reiter's Theorie der Segal Algebren war der Ausgangspunkt für die Untersuchung von Banachräumen von Funktionen bzw. Distributionen, deren Verhalten unter der Fouriertransformation, Verschiebung, oder das Studium von Faltungsalgebren. Unter dem Einfluss von Hans Triebel (Univ. Jena) kamen Aspekte der "Theory of Function Spaces" ins Spiel, ebenso wie die u.a. von Elias Stein propagierte Therie der Glattheit von Funktionen (Besov Räume und dgl.).

Ein wichtiger Schritt war die vor gut 20 Jahren entwickelte Coorbit Theorie. Sie erlaubt eine einheitliche, auf gruppentheoretischen Überlegungen basierende Sicht auf die kontinuierliche bzw. diskrete Wavelet Transformation, die von der affinen Gruppe (der sog. $ax+b$-Gruppe) kontrolliert wird, ebenso wie die für Anwendungen wichtige Kurzzeit-Fouriertransformation. In ihrer diskretisierten Form spricht man von Gabor Analysis, unter Bezugnahme auf die bahnbrechende Arbeit von D. Gabor von 1946 . Die daraus resultierenden atomaren Zerlegungen erlauben die Charakterisierung von Funktionenräumen (u.a. Sobolev Räume) durch Wavelet bzw. Gabor Koeffizienten, ganz allgemein die Definition von Modulationsräumen, die in den letzten 10 Jahren stark an Bedeutung gewonnen haben, sowohl in der Modellierung von langsam zeit-varianten Kanälen, als auch in der Beschreibung von Eigenschaften (und der Inversion) von Pseudo-Differential Operatoren, z.B. solchen aus der sogenannten Sjoestrand-Klasse.

Ebenso wichtig war in den letzten 20 Jahren die Verbindung zur sogenannten Sampling-Theorie. Hier geht es um die Rekonstruktion von band-begrenzten Funktionen aus (ausreichend dicht genommenen) Abtastwerten. Varianten davon, wie die Rekonstruktion von Funktionen in Spline-typ Räumen aus lokalen Mittelwerten gehören zum selben Problemkreis. Iterative Verfahren zur Rekonstruktion zusammen mit theoretischer Konvergenzanalyse (worst case scenario) in Familien von Funktionenräumen sind hier zum etablierten Standard geworden.

Durch diese breite mathematische Thematik war der Arbeitsgruppe NuHAG möglich, diverse Kooperationen mit Anwendergruppen (wie etwa der Medizin, der Nachrichtentechnik, der Bildverarbeitung, oder der Geophysik) zu realisieren. Bespielsweise wird derzeit ein großes Projekt im Rahmen der ESO Mitgliedschaft von Österreich an der Fakultät in Kooperation mit dem Institut für Astronomie realisiert. Von 2005 bis 2009 war an der Fakultät das Marie Curie Excellenz-Programm EUCETIFA (= European Center for Time-Frequency Analysis) beheimatet (siehe www.nuhag.eu). Weiters gab es in diesem Bereich in den letzten Jahren und bis jetzt immer wieder incoming Individual Marie Curie Fellows, die in diesem Bereich tätig sind, die die u.a. die ausgezeichnete Infrastruktur nutzen können.

`http://www.univie.ac.at/NuHAG/`

4 Partielle Differentialgleichungen und Anwendungen

Klemens Fellner (Reaktions-Diffusionsgleichungen und Koagulations-Fragmentationsgleichungen) · Clemens Heitzinger (Sensoren) · Peter Markowich (Nichtlineare partielle Differentialgleichungen) · Norbert Mauser (Quantenphysik und Halbleiter) · Christian Schmeiser (Kinetische Transportgleichungen)

Das Gebiet der partiellen Differentialgleichungen ist in Wien stark vertreten, wobei diese (besonders anwendungsorientierte) Arbeitsgruppe zu den Kerngruppen zählt. So ist von ihr die Gründung des vom FWF geförderten Wissenschaftskollegs *Differential Equations* ausgegangen, das in den vergangenen zehn Jahren die Doktoratsausbildung auf dem Gebiet der Differentialgleichungen in Wien geprägt hat. Als Weiterführung und Erweiterung ist die Einrichtung einer informellen *Vienna School of Differential Equations* (VieSDE) geplant, die die Rekrutierung, Finanzierung und Ausbildung von DoktorandInnen an der TU Wien und an der Universität Wien koordinieren soll. Die internationale Vernetzung der Arbeitsgruppe wird verstärkt durch mehrere von ihren Mitgliedern koordinierte EU Netzwerke sowie durch das vom BMWF ko-finanzierte Einladungsprogramm des *Wolfgang Pauli-Instituts* (WPI), das am Standort der Mathematik-Fakultät von Mitgliedern der Arbeitsgruppe geleitet wird. Besonders erwähnenswert ist in diesem Zusammenhang der Status des WPI als Träger einer Unité Mixte International des französischen CNRS.

Die Anwendungsorientierung wird unterstrichen durch mehrere vom Wiener WWTF geförderte interdisziplinäre Kooperationsprojekte im Rahmen des *Mathematik und …* -Programmes. Die Bandbreite der Anwendungsgebiete reicht dabei von Physik und Biologie bis zur darstellenden Kunst.

Eine der Kernkompetenzen dieser Arbeitsgruppe ist die Anwendung asymptotischer Methoden auf Differentialgleichungsprobleme mit mehrfachen Längen- und Zeitskalen. Dies erlaubt eine rigorose Analyse der Zusammenhänge zwischen verschieden genauen (bzw. komplexen) Beschreibungen von Vielteilchensystemen.

Die idealisierten 'Teilchen' können dabei u.a. Elektronen, Moleküle, einzellige Lebewesen, Fahrzeuge oder Planeten repräsentieren. Eine typische Modellhierarchie besteht aus einem mikroskopischen Modell (System von gewöhnlichen oder stochastischen Differentialgleichungen oder Vielteilchen-Schrödingergleichung), einem mesoskopischen Modell (kinetische Transportgleichung) und einem makroskopischen Modell (System partieller Differentialgleichungen). Konvergenzbeweise für Lösungen beim Übergang zwischen diesen Modellklassen zählen zu den wichtigsten Resultaten dieser Arbeitsgruppe. Andere Arbeitsschwerpunkte sind die Modellbildung und die Entwicklung effizienter numerischer Methoden und Simulationen gemeinsam mit Anwendern.

http://homepage.univie.ac.at/peter.markowich/pdeintro.html

3.5 Arithmetik, Algebra, und Diskrete Mathematik

1 Arithmetik und Zahlentheorie

Christoph Baxa (Analytische Zahlentheorie und Diophantische Approximation) · Joachim Mahnkopf (Zahlentheorie und Automorphe Formen) · Joachim Schwermer (Arithmetische Algebraische Geometrie und Automorphe Formen) · Leonhard Summerer (Zahlentheorie)

Auf dem Gebiet der Zahlentheorie wird an der Fakultaet in verschiedene Richtungen geforscht: etwa im Themenkreis der zerlegbaren Formen und deren Automorphismengruppen oder betreffend Eigenschaften spezieller gleichverteilter Folgen, insbesondere ihrer Diskrepanzen, mit dem Ziel gute Abschätzungen dafür anzugeben. Dabei sind Kettenbrüche ein wichtiges Hilfsmittel; diese stellen aber auch unabhängig davon ein Interessensgebiet dar. Dadurch ist auch ein Zusammenhang mit Fragen der Diophantischen Approximation, einem weiteren Forschungsschwerpunkt hergestellt. Dabei geht es darum, wie gut man Zahlen durch einfachere approximieren kann, also z.B. algebraische Zahlen durch rationale, etc. Diesbezueglich werden am Institut auch Methoden der Geometrie der Zahlen verwendet, um mehrdimensionale Approximationen zu untersuchen. Im Blickpunkt stehen Transferungleichungen fuer Approximationskonstanten, sowie die Herleitung von Schranken fuer ebendiese Konstanten. Die Beschäftigung mit vielen dieser Probleme steht in der von Edmund Hlawka in Wien begründeten Tradition. Weiters wurden auch Fragen im Zusammenhang mit dem 10. Hilbertschen Problem behandelt. Dabei handelt es sich um mit dem Gebiet der Logik in Verbindung stehende Probleme, unter anderem, ob es möglich ist zu entscheiden, ob eine vorgegebene Diophantische Gleichung lösbar ist.

Einen weiteren Schwerpunkt stellen die Untersuchungen im Rahmen der Theorie arithmetischer Untergruppen von algebraischen Gruppen dar. Themen der Forschung sind

- Kohomologie arithmetischer Gruppen. Die Kohomologie arithmetischer Gruppen ist eng verknüpft mit der Kohomologie gewisser topologischer Mannigfaltigkeiten, den lokal symmetrischen Räumen zu algebraischen Gruppen, der Darstellungstheorie algebraischer Gruppen und der Theorie automorpher Formen. Hierbei stehen Untersuchungen zu Existenz und Eigenschaften von cuspidalen automorphen Formen sowie zu den arithmetischen und analytischen Eigenschaften von Eisenstein Reihen im Vordergrund. Ebenso werden Fragen zur geometrischen Konstruktion von Kohomologieklassen via geometrischer Zykel und deren Bedeutung für die automorphe Theorie behandelt.

- Arithmetische Varietäten. Für gewisse algebraische Gruppen ist der zugehörige lokal symmetrische Raum eine algebraische Varietät ("Shimura Varietäten"). Es ergeben sich Fragen nach dem Zusammenhang der Kohomologie arithmetischer Gruppen und der Zahlentheorie von Shimura Varietäten.

- Automorphe L-Funktionen. Formeln für die speziellen Werte der Riemannschen Zetafunktion an ganzzahligen Stellen gehen schon auf Euler zurück. Ein weiteres Thema ist es, ähnliche Aussagen für die speziellen Werte von L-Funktionen zu kohomologischen automorphen Darstellungen algebraischer Gruppen zu beweisen.

- *P*-adische automorphe Darstellungen. In jüngster Zeit habe *p*-adische Aspekte der Theorie automorpher Darstellungen wichtige Anwendungen in der Zahlentheorie gefunden. Ein zentrales Problem in diesem Zusammenhang ist die Konstruktion von *p*-adischen Familien von automorphen Darstellungen für das neue Lösungsmethoden entwickelt werden sollen.

`http://www.mat.univie.ac.at/algebra/groups/arithmetic/`

2 Algebraische Geometrie

Goulnara Arzhantseva (Geometrische Gruppentheorie) · Herwig Hauser (Algebraische und Analytische Geometrie, Singularitäten) · Ludmil Katzarkov (Algebraische und Symplektische Geometrie, Homologische Mirror Symmetrie) · Joachim Schwermer (Automorphe Formen, Geometrie Arithmetischer Varietäten)

Die Forschungen in der Algebraischen Geometrie gruppieren sich um zwei grosse Themenkreise: Singuläre Algebraische Varietäten und Birationale Geometrie.

Singularitäten sind Punkte, in denen algebraische Varietäten (Nullstellenmengen von polynomialen Gleichungssystemen) nicht glatt, also keine Mannigfaltigkeiten sind. Ihr Verständnis und ihre Strukturtheorie sind grundlegend für das lokale Studium der Geometrie von Varietäten. Gleichzeitig sind sie — schlagwortartig unter dem Begriff Katastrophentheorie zusammengefasst — charakteristisch für Obstruktionen in physikalischen Phänomenen und Prozessen, die sich in Sprüngen, Unstetigkeiten und Bruchstellen artikulieren.

Ein klassische Problem der Singularitätentheorie (mit unzähligen Anwendungen) ist ihre Auflösung, das heisst, das Auffinden einer Parametrisierung der singulären Varietät durch eine Mannigfaltigkeit. Dieser Übergang formuliert sich algebraisch als “Explizitierung” einer impliziten Gleichung. Die Forschungen an der Fakultät für Mathematik lieferten und liefern wesentliche Beiträge zum Verständnis des noch immer offenen Problems der Auflösung über Körpern positiver Charakteristik. Methoden der lokal analytischen Geometrie werden mit Resultaten der kommutativen Algebra, insbesondere der Theorie der lokalen Ringe, kombiniert, um die Komplexität einer Singularität effizient zu beschreiben und zu messen. Dies ist notwendig, um eine Induktion durchführen zu können, die schrittweise die Varietät via ”Blowups”(= Aufblasungen) einer Mannigfaltigkeit annähert.

Die Untersuchungen im zweiten Themenkreis, der birationalen Geometrie, beschäftigen sich zum einen mit klassischen Rationalitätsfragen von Varietäten. Hier wurden in Dimension drei und vier international beachtete Durchbrüche erzielt.

Gleichzeitig gibt es wichtige Verbindungen zur ”Mirror-Symmetrie”, zur symplektischen Geometrie und zu derivierten und triangulierten Kategorien. Spezialfälle der Vermutung über die homologische Spiegelungssymmetrie konnten bewiesen werden.

Neuere Resultate betreffen nicht-kommutative gemischte Hodge-Strukturen, deren Degenerierungen über die Spektra von Fukaya–Seidel Kategorien untersucht werden. Diese Ideen erlauben einen neuen Zugang zum Vergleich von algebraischen Zykeln auf nieder dimensionalen Calabi–Yau mit hoch dimensionalen Fano Calabi–Yau Mannigfaltigkeiten. Komplementiert werden diese Untersuchungen durch die Konstruktion von Griffiths Gruppen und Chern–Simons Funktionalen.

Neben den genannten Forschungsrichtungen wird die Algebraische Geometrie durch Visualisierungen und zahlreiche Ausstellungen von reellen algebraischen Flächen einem grösseren Publikum nähergebracht. Besonders zu erwähnen ist die Ausstellungsreihe IMAGINARY, die, konzipiert von Mathematikern der Fakultät für das Mathematische Forschungsinstitut Oberwolfach, im Rahmen des Jahres der Mathematik 2008 in Deutschland in vielen Städten zu Gast war und nun weiter durch Europa unterwegs ist.

`http://www.mat.univie.ac.at/algebra/groups/alggeom/`

3 Algebraische Strukturen

Goulnara Arzhantseva (Geometrische Gruppentheorie) · Karl Auinger (Gruppen, Halbgruppen) · Dietrich Burde (Lie Gruppen, Lie Algebren, Darstellungstheorie) · Herwig Hauser (Kommutative Algebra) · Joachim Schwermer (Algebraische Gruppen)

Die Forschungen über algebraische Strukturen betreffen unter anderem die folgenden Gebiete: geometrische Gruppentheorie, Gruppen, Halbgruppen, Lie Gruppen, Lie Algebren, kristallographische Gruppen, Darstellungstheorie, kommutative Algebra und algebraische Gruppen. Im einzelnen bedeutet das eine Vielzahl interessanter Probleme, Methoden und Gebiete, die sich naturgemäß mit schon erwähnten Schwerpunkten überlappen.

In der geometrischen Gruppentheorie werden hierbei geometrische, analytische, kombinatorische und rechnerische Aspekte der Gruppentheorie untersucht, wie etwa das Studium von asymptotischen Invarianten von Gruppen, oder das Studium von C^*-Algebren, die mit Gruppen assoziiert sind.

Im Bereich der Halbgruppen geht es um Pseudo-Varietäten endlicher Halbgruppen, Gleichungstheorien, graphentheoretischen Methoden und Verbindungen mit formalen Sprachen und Automatenhtheorie.

Die Forschung über Lie Gruppen und Lie Algebren betrifft Deformationstheorie und Degenerationstheorie, Probleme der Darstellunstheorie und Kohomologietheorie von Lie Algebren, geometrische Strukturen auf Lie Gruppen, kristallographische Gruppen und ihre Verallgemeinerungen, affine Wirkungen auf Lie Gruppen, und Algebren, die in der theoretischen Physik von Interesse sind.

Die Forschung über kommutative Algebra bezieht sich auf verschiedene Aspekte der algebraischen Geometrie, etwa im Zusammenhang mit Auflösungen von Singularitäten. Dabei geht es zum Beispiel um die Theorie der lokalen Ringe.

Die reichhaltigen Aktivitäten im Bereich automorphe Formen schließen auch Gebiete ein wie zum Beispiel die Arithmetik algebraischer Gruppen, reelle und p-adische Lie Gruppen, sowie die Geometrie arithmetischer Varietäten.

`http://www.mat.univie.ac.at/algebra/groups/algstruct/`

4 Kombinatorik und Diskrete Mathematik

Ilse Fischer (Abzählende und Algebraische Kombinatorik) · Markus Fulmek (Abzählende und Algebraische Kombinatorik) · Christian Krattenthaler (Kombinatorik, Statistische Physik, Spezielle Funktionen, Zahlentheorie) · Bernhard Krön (Graphenautomorphismen, unendliche Graphen, Geometrische Gruppentheorie) · Michael Schlosser (Kombinatorik, Spezielle Funktionen)

Im Zentrum der Forschung der Kombinatorik & Diskrete Mathematik Gruppe stehen zum einen Problemstellungen der Abzählkombinatorik und der Algebraischen Kombinatorik, insbesondere solche, die in anderen Gebieten der Mathematik, wie etwa Algebra (Gruppentheorie, Darstellungstheorie), Algebraische Geometrie oder der Zahlentheorie, oder anderen Wissenschaften, wie etwa Informatik oder Statistischer Physik, auftauchen.

In der Tat werfen strukturelle Fragestellungen Spiegelungsgruppen und Klassische Gruppen betreffend, aber auch geometrische Fragestellungen, die kombinatorische Analyse von Gittermodellen der Statistischen Physik, oder selbst Diophantische Probleme der Analytischen Zahlentheorie Probleme auf, die auf die

Abzählung von kombinatorischen Objekten hinauslaufen.

Die kombinatorischen Objekte, die in diesem Zusammenhang auftreten, sind unter anderem nicht-kreuzende Partitionen, Plane Partitions, Rhombus Tilings, nicht-überschneidene Gitterpunktwege, alternierende Vorzeichenmatrizen und monotone Dreiecke. Die Abzählung dieser Objekte führt im besten Fall zu exakten, expliziten Formeln – wenn das aber nicht möglich ist, ist man bemüht, asymptotische Formeln herzuleiten.

Die Vorgangsweise ist dabei im selben Atemzug "methodologisch" wie auch "angewandt": in den vergangenen Jahren wurden Determinantentechniken und Techniken für polynomiale Abzählformeln entwickelt, die auf eine Reihe von konkreten Problemen erfolgreich angewandt wurden. Da dies in der Regel auch wesentlich mit dem Einsatz des Computers einhergeht, werden immer wieder Computerprogramme bereitgestellt, die einem bei der Lösung der Probleme unterstützen.

Auf der anderen Seite treten in diesem Zusammenhang regelmässig Hypergeometrische Reihen sowie q-Hypergeometrische Reihen auf, die einen zweiten Forschungsschwerpunkt der Gruppe darstellen. Die Anwendung von Summations- und Transformationsformeln von (q-)Hypergeometrischen Reihen spielt immer wieder eine entscheidende Rolle bei der Lösung von Abzählproblemen, die die oben erwähnten Objekte betreffen. Der Zusammenhang besteht aber auch umgekehrt: kombinatorische Resultate können die Entwicklung der Theorie von (q)-Hypergeometrischen Reihen bewirken.

Weitere Forschungsthemen betreffen unendlichen Graphen und Gruppen. In der geometrischen Gruppentheorie werden geometrische Eigenschaften von Cayley-Graphen wie Quasiisometrieinvarianten und Ränder im Unendlichen mit algebraischen Eigenschaften der Gruppe in Verbindung gebracht. In der Bass-Serre Theorie und der Strukturbaumtheorie werden Bäume und baumähnliche Graphen behandelt. Dem stehen auf der algebraischen Seite Gruppensplittings gegenüber wie z.B. der Struktursatz von J. Stallings über Gruppen mit mehr als einem Ende. Eher strukturelle Fragen werden für Graphen untersucht, die bestimmte Symmetriebedingungen erfüllen. Das können Symmetriebedingen sein, die schwächer als Transitivität sind, oder solche, die wesentlich stärker sind, bis hin zu highly arc transitive digraphs.

`http://www.mat.univie.ac.at/algebra/groups/discmath/`

3.6 Fachdidaktik/Schulmathematik

Stefan Götz (Didaktik der Stochastik, Bildungsstandards) · Hans Humenberger (Anwendungsorientierung, Mathematik als Prozess, Elementarmathematik)

Fachdidaktik hat aus unserer Sicht die Aufgabe, grundlegende Beiträge für den Prozess des fachbezogenen Lehrens und Lernens zu leisten. Diese sind sehr vielfältig und beziehen sich z. B. auf die Entwicklung neuer Unterrichtsinhalte, methodische Fragen und die Erforschung der Unterrichtspraxis. Die Ergebnisse dieser Forschungs- und Entwicklungsprozesse sollen in verständlicher und überzeugender Form an die Lehrenden in den Schulen weitergegeben und mittels Vorträgen bei wissenschaftlichen Tagungen und Publikationen in einschlägigen Zeitschriften mit der fachdidaktischen Community kommuniziert werden. Forschungsprojekte:

- Die interfakultäre Forschungsplattform “Theorie und Praxis der Fachdidaktik(en)” (2009–2012) bezieht mehrere Fakultäten mit ein, auch die Fakultät für Mathematik, die einen stellvertretenden Leiter stellt (S. Götz). Ziel ist es, Gemeinsamkeiten und Unterschiede der einzelnen Fachdidaktiken (vorerst an der Universität Wien) aufzuzeigen. Dabei wird auf Inhalte, Methoden, Spezialisierung, kognitive und affektive Komponenten, theoretische Konzepte und (hoch)schulpraktische Umsetzungen, Begriffsbildungen, empirische Untersuchungsdesigns etc. fokussiert. Eine zusätzliche Intention der Forschungsplattform ist es auch, die Nachwuchsförderung im Bereich Fachdidaktik voran zu bringen.
- EU-Projekt “Developing Quality in Mathematics Education II” (2007–2010, elf Länder, H. Humenberger): Hierbei geht es u. a. darum, Unterrichtsmaterialien zu entwickeln, die für die Schüler(innen) ansprechend sind (sie also kognitiv aktivieren und involvieren), die viel Selbständigkeit im Prozess des Lösens bzw. Bearbeitens der Aufgaben zulassen bzw. erfordern. Ein Team entwickelt solche Aufgaben, dann werden sie in die verschiedenen Sprachen der beteiligten Länder übersetzt und dort im Unterricht ausprobiert. Das zugehörige Feedback trägt zur Verbesserung dieser Aufgaben bei, die von einem Forschungsteam evaluiert und nach verschiedenen Kriterien hin untersucht werden (für mehr Informationen und Materialien siehe `http://www.dqme2.eu`).
- EU-Projekt “Math2Earth — Bringing Mathematics to Earth” (2008–2010, A. Ulovec): Einer der häufig genannten Antworten auf die Frage nach Gründen für mangelnde Motivation von Schüler(inne)n im Mathematikunterricht ist: “Das ist zu abstrakt, hat keine echten Anwendungen, und wir brauchen es nicht im späteren Leben”. Das Projekt sollte hier gegensteuern, indem es realistische Anwendungen der Mathematik im Berufs- und Alltagsleben zeigt (in Form von Unterrichtsmaterialien), die in Zusammenarbeit mit Professionisten verschiedener Berufe entwickelt werden. Diese Materialien sind sowohl in Buchform als auch online für Lehrkräfte gratis erhältlich.

Internationale Tagungen: Bei uns finden immer wieder auch internationale fachdidaktische Tagungen statt, z. B. die so genannte ISTRON-Tagung im Herbst 2009 (ISTRON ist eine Vereinigung von Fachdidaktiker(inne)n und Lehrkräften mit dem Ziel, die Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht zu stärken) oder die Tagung des Stochastik-Arbeitskreises der GDM (Gesellschaft für Didaktik der Mathematik) im Herbst 2010. Seit 2006 sind wir auch an der Organisation der „Internationalen Tagung über Schulmathematik“ an der TU-Wien (M. Kronfellner) beteiligt (alle zwei Jahre: 2006, 2008, 2010).

Lehrerfortbildung: In den Jahren 2008–2009 war unsere Arbeitsgruppe federführend am „Regionalen Fachdidaktikzentrum Mathematik Wien“ beteiligt. Dieses wurde von IMST in diesem Zeitraum gefördert, dabei wurden z. B. drei Lehrerfortbildungstage organisiert (Volksschule, Sekundarstufe 1, Sekundarstufe 2). Die Mitglieder der Arbeitsgruppe organisieren auch darüber hinaus regelmäßig Lehrerfortbildungen (z. B. die schon seit vielen Jahrzehnten bei uns stattfindende ÖMG-Lehrerfortbildungstagung). Es gibt bei uns (jeweils im Sommersemester) auch regelmäßig ein fachdidaktisches Kolloquium, bei dem Vortragende aus dem In- und Ausland zu aktuellen fachdidaktischen Themen bzw. Problemen im Mathematikunterricht sprechen.

Schulbücher: Ein wichtiger Beitrag zum Schulbezug unserer Arbeiten wird durch die Beteiligung an überdurchschnittlich vielen Schulbuchreihen deutlich, als Herausgeber bzw. als Autor(inn)en. So sind Mitglieder unserer Arbeitsgruppe an zwei Schulbuchreihen für die AHS-Oberstufe, an drei für die AHS-Unterstufe bzw. Hauptschule und an einem für die Volksschule beteiligt.

`http://www.univie.ac.at/mathematik_didaktik/`

3.7 Computational Science Center

Zusätzlich zu den oben beschriebenen Arbeitsgruppen gibt es noch das “Computational Science Center” unter der Leitung von Othmar Scherzer (das jedoch eigenständig und nicht der Fakulät für Matematik zugeordnet ist).

`http://www.csc.univie.ac.at/`

Danksagungen. Wir bedanken uns bei den einzelnen Forschungsgruppen für die zur Verfügungstellung der Arbeitsgruppendarstellung.

Adresse der Autoren: Fakultät für Mathematik, Universität Wien, Nordbergstraße 15, A 1090 Wien. `dekanat.mathematik@univie.ac.at`, `http://www.mat.univie.ac.at`