

GRUNDLAGENEXPERIMENTE ZUR QUANTENMECHANIK:

DAS EINSTEIN-PODOLSKY-ROSEN PARADOXON

Univ.-Prof. Dr. Anton Zeilinger

Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck

Technikerstraße 25/4, A-6020 Innsbruck

Tel. 0512-218-5050

Arbeitsunterlage zum Fortbildungsseminar

"Die physikalische Realität im quantenmechanischen Experiment"

1. Einleitung

Die erstaunlichen philosophischen Konsequenzen der Quantentheorie wurden nicht von allen Physikern widerspruchlos hingenommen. Am prominentesten war die Kritik durch Einstein, der ja selbst entscheidende Beiträge zur Entwicklung der Quantentheorie geleistet hat. Den Nobelpreis hat er nicht, wie vielfach fälschlich angenommen wird, für die Relativitätstheorie erhalten, sondern für seine quantentheoretische Erklärung des Photoeffekts. Dies sei hier ohne eine nähere Erklärung nur erwähnt, um darzustellen, daß es sich bei Einstein als Kritiker der Quantentheorie nicht um einen Außenseiter auf diesem Gebiet handelt.

Einstein dürfte auch der erste Physiker (bereits 1917) gewesen sein, der die Problematik aufzeigte, die der Rolle des Zufalls in der Quantenphysik zukommt. Insbesondere nach 1925, als die neue Quantentheorie in ihrer heutigen Form

durch Heisenberg, Schrödinger und Dirac formuliert worden war, versuchte Einstein an Hand trickreicher Gedankenexperimente zu zeigen, daß die Quantenmechanik nicht konsistent ist, also daß sie innere Widersprüche aufweist. Dies ist der Gegenstand seines berühmten Dialogs mit Niels Bohr anläßlich verschiedener Solvay Konferenzen. Jedes Mal gelang es Bohr, diese Position durch genaueste Analyse der Gedankenexperimente zu widerlegen.

Einstein hat in der Folge zugegeben, daß die Quantenmechanik widerspruchsfrei ist. Er hat allerdings sein ganzes restliches Leben lang an der Position festgehalten, daß die Quantenmechanik eine unvollständige Theorie sei und daß es eine vollständigere Beschreibung der Natur geben müßte, die nicht unter den Beschränkungen der Heisenberg'schen Unschärferelationen leidet.

2. Das Heisenbergsche Gammamikroskop

Die Heisenbergsche Unschärferelation

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h$$

bedeutet, daß genaues Wissen etwa des Ortes x eines Teilchens automatisch eine entsprechende Ungenauigkeit seines Impulses und damit seiner Geschwindigkeit mit sich bringt. Man kann als von einem konkreten Teilchen nur entweder seinen Ort oder seinen Impuls genau kennen, nie beide gleichzeitig. Dies ist natürlich in scharfem Gegensatz zu unserer Alltagserfahrung, wo es ja sehr wohl möglich ist, etwa zugleich zu wissen, wo wir uns in unserem Auto auf der Straße befinden, als auch die Geschwindigkeit, mit der wir uns fortbewegen. Die Unschärferelation wird häufig in der Weise interpretiert, daß man sie dem Einfluß des Meßapparates auf das Meßobjekt zuschreibt. Als Beispiel dafür wollen wir kurz das sogenannte Heisenbergsche Gammamikroskop diskutieren. Dies ist eines der für die Quantenmechanik so typischen Gedankenexperimente. Es sei angemerkt, daß ein Gedankenexperiment nicht eine abstrakte Angelegenheit ist, sondern daß es ein wenigstens im Prinzip mögliches Experiment sein muß. Unter "im Prinzip möglich" versteht man die Anforderung, daß jeder einzelne Schritt des Experimentes im Einklang mit bekannten Gesetzen der Physik stehen muß, daß jedoch das Experiment als ganzes aus verschiedenen Gründen nicht oder vielleicht auch noch nicht durchführbar ist. Gerade in letzter Zeit hat der technische Fortschritt es ermöglicht, einige der ursprünglich als Gedankenexperimente konzipierten Ideen auch tatsächlich in ein wirkliches

Experiment umzusetzen. Dies ist jedoch für das Heisenbergsche Gammamikroskop (noch ?) nicht der Fall.

Im Gammamikroskop (Abb.1) möchten wir Position und/oder Geschwindigkeit eines Elektrons dadurch bestimmen, daß wir es unter einem Mikroskop betrachten.

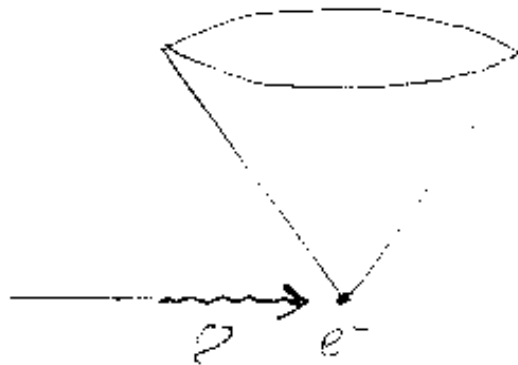


Abb.1: Das Heisenbergsche Gammamikroskop

Um ein Objekt in einem Mikroskop betrachten zu können, muß es natürlich beleuchtet werden. Das Licht wird dann im Objekt entweder absorbiert oder es wird vom Objekt abgelenkt (gestreut). Im Falle des Elektrons haben wir keine Absorption des Lichtes. Wir werden dann seine Position dadurch feststellen, daß wir das vom Elektron gestreute Licht im Objektiv des Mikroskops einfangen. Der wesentliche Punkt ist nun der, daß dem zur Abbildung verwendeten Licht sowohl Teilchen- als auch Wellencharakter zukommt. Beide Eigenschaften beschränken die Möglichkeiten quantitativer Aussagen. Grundsätzlich ist die Auflösung eines Mikroskops durch die Wellenlänge λ des verwendeten Lichtes beschränkt. Will man also den Ort des Elektrons mit einer Genauigkeit von Δx bestimmen, so gilt für die Wellenlänge des Lichtes

$$\lambda \approx \Delta x$$

Nun besteht aber Licht aus Elementarteilchen, den Photonen, und jedes einzelne Photon besitzt einen Impuls

$$p = h/\lambda$$

welcher bei der Streuung des Photons entweder ganz oder zumindest zu einem großen Teil auf das Elektron übertragen werden kann. Der Impulsübertrag Δp ist also von der Größenordnung des Photonenimpulses

$$\Delta p \approx p$$

Kombinieren wir die letzten 3 Gleichungen, so erhalten wir schließlich

$$\Delta x \cdot \Delta p \approx h$$

also die Heisenbergsche Unschärferelation. Es sei angemerkt, daß unsere Herleitung natürlich nur semiquantitativ war. Eine genaue Herleitung müßte auf die experimentellen Details Rücksicht nehmen, wobei als absolute untere Grenze für das Unschärfeprodukt gilt

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{1}{2} h/2\pi.$$

Die obige Herleitung wird üblicherweise so interpretiert, daß durch die bei einer Ortsmessung auftretende Wechselwirkung der Impuls so gestört wird, daß eine unmittelbar nach der Ortsmessung durchgeführte Impulsmessung nichts über den Impuls zur Zeit der Messung aussagt. Nach einer solchen Interpretation wäre es also durchaus möglich, daß das Teilchen etwa zum Zeitpunkt der Messung sowohl einen genauen Ort als auch einen genauen Impuls besaß, die man nur nicht beide gleichzeitig genau kennen könne. Da sie nicht gleichzeitig beobachtbar sind wären sie zwar verborgen aber zumindest im Prinzip denkbar, wenn auch wegen der Unschärfebeziehung prinzipiell nicht beobachtbar. Die Frage, ob es solche zusätzlichen "Verborgenen Parameter" gibt, die die Eigenschaften eines Quantensystems wenigstens im Prinzip detailliert festlegen, wurde daher lange Zeit als irrelevant angesehen. So etwa der österreichische Nobelpreisträger Wolfgang Pauli: "Es hat genauso wenig Sinn, sich den Kopf darüber zu zerbrechen, ob etwas, das man prinzipiell nicht sehen kann, existiert oder nicht, wie über die alte Frage, wieviele Engel auf der Spitze einer Nadel Platz hätten." Das Faszinierende an der EPR-Diskussion ist, daß sie eine unerwartete Antwort auf diese Frage gibt.

3. Die Einstein-Podolsky-Rosen Arbeit

Die Diskussionen zwischen Einstein und Bohr wurden durch die Machtergreifung der Nationalsozialisten unterbrochen. Einstein sah sich im Jahre 1933 gezwungen, in die USA auszuwandern. Die weitere Auseinandersetzung mit Bohr erfolgte dann nur mehr über wissenschaftliche Veröffentlichungen. Am wichtigsten ist dabei eine Arbeit, die Einstein im Jahre 1935 in der amerikanischen Zeitschrift "The Physical Review" publizierte gemeinsam mit

zwei jungen Mitarbeitern: Boris Podolsky und Nathan Rosen. Diese Arbeit hat den bezeichnenden Titel "Can the Quantum Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?" zu deutsch: "Kann die quantenmechanische Beschreibung der Wirklichkeit als vollständig angesehen werden?". Im folgenden werde ich versuchen, den wesentlichsten Gedankengang dieser Arbeit kurz zu skizzieren. Wir werden hierbei natürlich einige Vereinfachungen machen müssen, den Kern der Problematik dadurch jedoch nicht aus den Augen verlieren.

Im Gegensatz zur bekannten Diskussion um die Unschärferelation, bei der es um Messungen an einem einzelnen Teilchen geht (siehe z.B. das Heisenbergsche Gammamikroskop) ist der wichtige neue Punkt der EPR-Arbeit, daß hier Quantensysteme betrachtet werden, die nicht mehr aus nur einem Teilchen, sondern aus zwei Teilchen bestehen, die miteinander über ihre Vergangenheit in ganz bestimmter Weise verknüpft ("korreliert") sind. Solche Korrelationen gehen auf eine vergangene Wechselwirkung der Teilchen miteinander zurück und können sehr viele verschiedene Formen haben. EPR betrachten den spezifischen Fall (Abb. 2), daß die Positionen (x_1, x_2) und die Impulse (p_1, p_2) der Teilchen

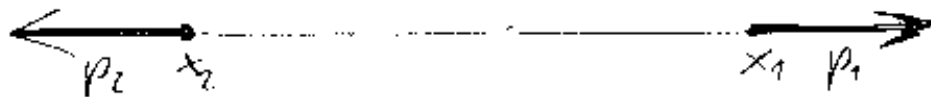


Abb. 2: Die beiden korrelierten Teilchen der EPR-Arbeit

in der Weise miteinander so zusammenhängen, daß gilt

$$x_1 + x_2 = X_0$$

$$p_1 - p_2 = P_0$$

Es ist also die Summe X_0 der Positionen der Teilchen und die Differenz P_0 ihrer Impulse exakt festgelegt. Das ist mit der Unschärfebeziehung verträglich, da diese nur vergleichbare Größen zueinander in Beziehung setzt, dies wären etwa die Summe der Positionen mit der Summe der Impulse etc. Ein wichtiger Punkt ist, daß die obigen Beziehungen über die Position oder den Ort

der einzelnen Teilchen nichts aussagen, diese sind vollkommen unbestimmt. Festgelegt ist nur, daß wir etwa die Position oder den Ort des zweiten Teilchens sofort genau kennen, sobald wir ein Experiment zur Bestimmung der entsprechenden Größe am ersten Teilchen durchgeführt haben.

Wir wollen nun die Frage untersuchen, welche Experimente man an den einzelnen Teilchen durchführen kann und welche Aussagen dies über das jeweils andere Teilchen ermöglicht. Nach EPR können wir uns etwa entscheiden, die Position des ersten Teilchens zu messen. Nehmen wir an, unsere Meßapparatur zeigt dafür einen bestimmten Wert, nennen wir diesen Wert X_1 , so wissen wir sofort, daß sich das zweite Teilchen am Ort $X_2 = X_0 - X_1$ befindet. Wir wissen also dann den Ort des zweiten Teilchens sofort ohne daran eine Messung durchgeführt zu haben. Alternativ dazu können wir uns aber auch entscheiden, am ersten Teilchen nicht den Ort sondern den Impuls zu messen, wobei wir einen Wert erhalten, den wir P_1 nennen. In diesem Fall wissen wir sofort, daß das zweite Teilchen den Impuls $P_2 = P_1 - P_0$ besitzt, wieder ohne eine Messung an diesem Teilchen selbst durchgeführt zu haben.

Je nachdem, welche Messung wir am Teilchen 1 durchführen, wissen wir danach Ort oder Impuls des zweiten Teilchens genau. Natürlich können wir nur eine der beiden Messungen am Teilchen 1 tatsächlich machen. Der wesentliche Punkt der EPR Argumentation ist jedoch der folgende: Zum Zeitpunkt der Messung können die beiden Teilchen im Prinzip beliebig weit voneinander entfernt sein, etwa das eine bei uns auf der Erde und das andere in der Nähe des Sterns Sirius. Die tatsächlichen Eigenschaften des Teilchens 2 müssen nach Meinung von EPR daher unabhängig davon sein, welche Messung wir am weit entfernten Teilchen 1 machen (dies ist die sogenannte **Lokalitätsannahme**), durch die Messung lernen wir lediglich etwas über das Teilchenpaar, was wir vor der Messung noch nicht wußten. Insbesondere muß zum Zeitpunkt der Messung für das Teilchen 2 auf Sirius bereits festliegen, daß es die Position X_2 und den Impuls P_2 besitzt, ganz egal, ob wir an Teilchen 1 auf der Erde Ort oder Impuls messen oder ob wir überhaupt eine Messung an diesem Teilchen machen. Ort und Impuls dieses Teilchens sind daher intrinsisch festgelegt. Da die Quantenmechanik eine gleichzeitige Festlegung von Ort und Impuls eines Teilchens nicht gestattet, ist diese Theorie nach EPR unvollständig in dem Sinn, daß sie keine vollständige Beschreibung der Wirklichkeit gestattet. Eine vollständige Beschreibung der Wirklichkeit müßte zumindest alle diejenigen Fälle einschließen, in denen der Wert einer bestimmten Größe vollkommen festgelegt

ist wie in unserem Fall nach EPR sowohl Ort als auch Impuls des Teilchens 2.

Ein wichtiger Ausgangspunkt für Einsteins Argumentation war der, daß es das Wesen der Physik sei, herauszufinden was in der Wirklichkeit vorhanden ist. Alle unsere Experimente und Naturbeobachtungen dienen nach dieser Ansicht ausschließlich dazu, etwas an sich in der Wirklichkeit schon vorhandenes zu beobachten.

Diese Position wurde und wird bis heute noch unter Physikern sehr heftig kritisiert. Einstein selbst hat trotz aller Kritik an ihr bis zum Ende seines Lebens festgehalten und hat es immer wieder bedauert, daß sich seine Kritiker nicht wirklich mit seinen Argumenten auseinandergesetzt haben, sondern oft nur ihre eigenen Vorurteile zum Ausdruck brachten. Eine Ausnahme dazu war Bohr, dem Einstein zuerkennt, daß er sich tatsächlich genau mit seinen Ideen auseinandersetzte obwohl er dann schließlich zu Schlüssen gelangte, die mit denen Einsteins nicht übereinstimmen. Bohr lehnt es ab, über die Wirklichkeit an sich zu sprechen. Für ihn ist Physik wesentlich eine Wissenschaft von den Möglichkeiten der Erkenntnis und jede Frage, die nicht in klarer Weise beantwortbar ist, ist eine sinnlose Frage. In der Physik bedeutet dies, daß eine Frage nur dann sinnvoll ist, wenn es wenigstens im Prinzip möglich ist ein Experiment zu machen, das eine Antwort auf die gestellte Frage zu geben imstande ist.

Für den spezifischen Fall der EPR Argumentation sagt Bohr, übrigens in einer Arbeit, die den gleichen Titel trägt wie die Einsteins, daß die beiden Teilchen, wie weit sie auch voneinander getrennt sein mögen, immer eine Einheit bilden. Daher werden die über das Teilchen 2 möglichen Vorhersagen (und nur um die geht es Bohr und nicht darum was "wirklich" ist) davon abhängig sein, welches Experiment am Teilchen 1 tatsächlich ausgeführt wird. Die Frage, was die Eigenschaften des Teilchens 2 an und für sich seien, stellt sich Bohr nicht. Bohr lehnt also einige Punkte in Einsteins Bild rundweg ab. Dies ist zum ersten die Lokalitätsannahme und zum zweiten die Annahme, daß es sinnvoll sei, über Eigenschaften der Wirklichkeit unabhängig von einem spezifisch und explizit definierten Experiment überhaupt zu sprechen.

Sieht man sich die EPR Argumentation genau an, so muß man zugeben, daß die Ausgangspunkte ihrer Argumentation durchaus vernünftig sind und daß daher die Schlußfolgerung, die Quantenmechanik sei eine unvollständige Beschreibung der

Natur, logisch akzeptabel ist. Gerade in diesem Punkt ist Einstein sicher von seinen Zeitgenossen und von der Nachwelt Unrecht getan worden. Die offene Frage ist nicht die, ob die Quantenmechanik eine unvollständige Theorie ist oder nicht, sondern die, ob eine vollständigere Theorie, eine vollständigere Beschreibung möglich ist. EPR sprechen am Ende ihrer Arbeit die Vermutung aus, daß eine solche Beschreibung möglich sei. Von dieser Vermutung wissen wir heute, daß sie inkorrekt ist.

In der Folge hat dann David Bohm in den Fünfzigerjahren gezeigt, daß sich die EPR-Diskussion sehr klar an Zweiteilchensystemen durchführen läßt, wenn man Korrelationen zwischen den Spins der Teilchen betrachtet. Wir werden uns jetzt daher kurz mit Grundzügen der Quantenmechanik des Spin befassen.

4. Zur Quantenmechanik des Spin

Einige einfache Grundaussagen zur Quantenmechanik des Spin lassen sich am besten machen, wenn wir uns den Fall des Lichtes etwas näher ansehen. Dazu betrachten wir ein einfaches, sehr leicht durchzuführendes Experiment (Abb. 3).

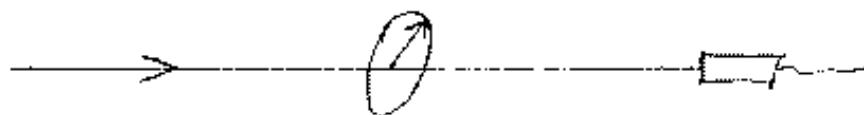


Abb. 3: Ein Experiment mit einem Polarisationsfilter

Bei diesem Experiment nehmen wir einen "gewöhnlichen" (genauer: unpolarisierten) Lichtstrahl, wie er etwa von der Sonne kommt, monochromatisieren ihn, wählen also nur eine Frequenz aus und lassen ihn durch ein Polarisationsfilter treten. Zuerst messen wir die Intensität des Lichtstrahls vor und hinter dem Polarisationsfilter etwa mit einer Photozelle. Wir werden dann feststellen, daß die Beziehung gilt

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

(Anmerkung: Nur für sehr gute Polarisationsfilter wird der Faktor gleich 0.5

sein, im allgemeinen ist er etwas kleiner, je nach Qualität der verwendeten Filter) Drehen wir das Polarisationsfilter um seine Achse, so sehen wir, daß die durchtretende Intensität nicht variiert.

Wir ersetzen nun die Photozelle durch einen etwas komplizierteren Detektor, der so beschaffen ist, daß er nicht einen kontinuierlichen Strom abgibt, sondern einzelne Impulse immer dann, wenn er ein Lichtquant registriert wobei außerdem die abgegebenen Impulse in ihrer Größe proportional zur Energie der Lichtquanten sind.

Plazieren wir nun einen solchen Detektor in den Lichtstrahl vor dem Polarisationsfilter, so stellen wir zuerst fest, daß alle gemessenen Impulse die gleiche Größe

$$E = h\nu$$

besitzen, wobei ν die Frequenz des Lichtes ist. Die Zahl der pro Sekunde gemessenen Photonen ist dann

$$N_0 = I_0 / h\nu$$

Messung des Strahls hinter dem Polarisationsfilter resultiert dann in der interessanten Feststellung, daß die Größe der einzelnen Impulse unverändert geblieben ist. Es ist als nicht jedes einzelne Photon auf die Hälfte seiner Energie reduziert worden. Was vielmehr geschieht, ist, daß wir nur mehr die halbe Anzahl

$$N_1 = \frac{1}{2} N_0$$

an Photonen messen, entsprechend der halben Intensität.

Sehr interessant wird es, wenn wir nun hinter dem ersten Polarisationsfilter einen zweiten anbringen, der zum ersten Filter nicht unbedingt parallel orientiert ist (Abb. 4), sondern relativ zum ersten Filter um den Winkel α verdreht ist. Wir messen wieder die Intensität des Strahles hinter dem zweiten Polarisationsfilter sowohl mit einer Photozelle als auch mit unserem Quantenzähler. Die Photozelle ergibt die Intensität

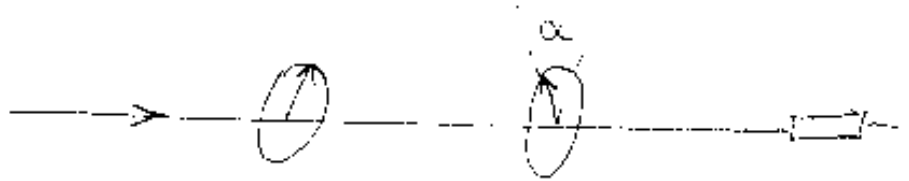


Abb. 4: Ein Experiment mit zwei Polarisationsfiltern

$$I_2 = I_1 (\cos \alpha)^2$$

Dies bedeutet, daß für parallele Orientierung der Polarisationsfilter ($\alpha=0$) alles Licht, das durch das erste Polarisationsfilter durchgetreten ist, auch das zweite Polarisationsfilter passiert, das Licht also entlang der Achse des ersten Polarisationsfilters polarisiert ist. Für gekreuzte Polarisationsfilter ($\alpha=90^\circ$) kommt kein Licht mehr durch.

Bei Messung mit unserem Quantendetektor stellen wir fest, daß die einzelnen registrierten Impulse noch immer

$$E = h\nu$$

groß sind, jedoch ihre Anzahl nun reduziert ist auf

$$N_2 = N_1 (\cos \alpha)^2$$

Bei fast ganz gekreuzten Polarisationsfiltern kommen also nur mehr selten Photonen durch. Wenn sie durchkommen, haben sie allerdings die volle Energie. Würden wir die Polarisation der Photonen bestimmen, die durch beide Filter durchgekommen sind, so würden wir feststellen, daß sie nun parallel zum zweiten Filter polarisiert sind. Sie haben die Richtung des ersten Filters vollkommen "vergessen".

Die Quantennatur des Lichtes kann man sogar mit dem Auge beobachten. Dazu benötigt man zwei sehr gute Polarisationsfilter (billige Polarisationsfilter haben, auch wenn sie gekreuzt sind, noch immer eine gewisse Transmission). Mit

diesen Polarisationsfiltern betrachtet man in einer mondlosen Nacht eine helle punktförmige Lichtquelle, etwa einen hellen Stern. Mit gut ausgeruhten Augen stellt man dann fest, daß bei fast gekreuzten Polarisationsfiltern das Licht zu flackern beginnt entsprechend seiner statistischen Quantennatur.

5. Das Bell'sche Theorem

Ehe wir nun zum eigentlichen EPR Experiment zurückkehren, wollen wir zwei einfache Aussagen über statistische Populationen machen, die im Grunde so einfach sind, daß sie jedermann sofort einsichtig sind. Stellen wir uns dazu zuerst eine Schulklasse vor, dann gilt sicher der folgende Satz:

In einer beliebigen Schulklasse ist die Zahl der weiblichen Vorzugsschüler geringer oder gleich der Summe aus der Zahl weiblichen Schüler, die Brillenträger sind, und der Zahl der Vorzugsschüler, die nicht Brillenträger sind.

Mit ein wenig Überlegung, die hier dem Leser überlassen sei, ist dieser Satz sofort einsichtig.

Letztendlich möchten wir Aussagen der eben gemachten Art auf Beobachtungen in der Quantenphysik anwenden, natürlich indem wir andere Beobachtungsgrößen (Variablen) der Quantensysteme auswählen, als "weiblich", "Vorzugsschüler" oder "Brillenträger". Ein wesentlicher Punkt ist, daß die Variablen, die wir hier und auch bei den Quantensystemen wählen, dichotomisch sind, das heißt, für jede dieser Eigenschaften gibt es nur zwei Möglichkeiten, in unserem Fall männlich oder weiblich, Vorzugsschüler oder Nichtvorzugsschüler, Brillenträger oder nicht. Dichotomische Variable kann man immer mit den Zeichen "+" und "-" darstellen.

Zunächst müssen wir unsere Aussage auf statistische Ensembles ausweiten. Wir nützen hier die Grundannahme der empirischen Statistik, das Gesetz der großen Zahl. Nach diesem Gesetz ist der Bruchteil der Individuen mit einer bestimmten Eigenschaft in einem hinreichend großen Ensemble ungefähr gleich dem Bruchteil der Individuen mit derselben Eigenschaft in der Gesamtbevölkerung. Nehmen wir konkret an, wir würden aus einer größeren Zahl von Schülern, etwa alle Mittelschüler Tirols, drei untereinander gleich große Gruppen (Ensembles)

auswählen, dann gilt

Wenn die Gruppen groß genug sind, ist die Zahl der weiblichen Vorzugsschüler in der Gruppe 1 geringer oder gleich der Summe aus der Zahl weiblichen Schüler in der Gruppe 2, die Brillenträger sind, und der Zahl der Vorzugsschüler in der Gruppe 3, die nicht Brillenträger sind.

Auch dieser Satz ist mit ein wenig Überlegung einsichtig.

In der Quantenphysik ist nun das Problem, daß man einander auf Grund der Unschärferelation ausschließende Eigenschaften an einem einzelnen System nicht gleichzeitig beobachten kann. Um dies zu umgehen, haben ja Einstein, Podolsky und Rosen Systeme betrachtet, die aus zwei korrelierten Teilchen bestehen. Ein noch einfacherer Fall als der von EPR untersuchte resultiert, wenn wir Systeme betrachten, die aus zwei Teilchen bestehen mit vollkommen identischen Eigenschaften.

Auf unser Beispiel übertragen betrachten wir nunmehr Zwillingspaare, die in allen Eigenschaften vollkommen ident sind, insbesondere im Geschlecht, in der Größe und in der Tatsache, ob sie Vorzugsschüler sind oder nicht. Dann reicht es natürlich aus, eine bestimmte konkrete Eigenschaft (etwa Brillenträger oder nicht) von einem/einer der beiden zu wissen, um sofort auch diese Eigenschaft des Zwillingspartners zu wissen, da er ja in allen Eigenschaften übereinstimmt. Wir verallgemeinern daher nun den oben gemachten Satz auf Aussagen über Zwillingspartner, wobei wir etwa annehmen, daß wir ein Gesamtensemble untersuchen, das aus allen Paaren identischer Zwillinge Österreichs besteht. Wieder nehmen wir an, daß wir rein statistisch drei gleich große Gruppen, diesmal eben von identischen Zwillingspaaren, auswählen. Es gilt dann:

Bell'sches Theorem

Wenn die Gruppen groß genug sind, dann ist die Zahl der Zwillingspaare in Gruppe 1, von denen ein Mitglied weiblich und das andere Vorzugsschüler ist, geringer oder gleich der Summe aus der Zahl der Zwillingspaare in Gruppe 2, von denen ein Mitglied weiblich ist und das andere Brillenträger, und der Zahl der Zwillingspaare in Gruppe 3, von denen ein Mitglied Vorzugsschüler ist nicht Brillenträger.

Es ist erstaunlich, daß ein so unscheinbarer und in gewissem Sinn trivialer Satz von so zentraler Bedeutung für die moderne Physik geworden ist. Hätten etwa die Griechischen Philosophen überhaupt an die Möglichkeit gedacht, daß es einmal Probleme mit der Zuordnung von Eigenschaften an Ensembles geben könnte, sie hätten sicherlich das Bell'sche Theorem als eine notwendige Bedingung formuliert. Damit will ich ausdrücken, daß das Bell'sche Theorem selbst unabhängig von der Quantentheorie formuliert werden kann, so wie wir es oben ja auch tatsächlich durchgeführt haben. Daß es in gewissen Fällen in der Natur verletzt ist, kann nur als überraschend bezeichnet werden. Schön ist, daß wir dann eine Theorie zur Verfügung haben, die trotzdem funktioniert, eben die Quantentheorie.

Natürlich ist das Bell'sche Theorem nicht in der Weise formuliert worden wie wir es oben wiedergegeben haben, sondern für Eigenschaften von Teilchen und deren Korrelationen. Jedoch ist es für das Bell'sche Theorem unwesentlich, welche konkreten Eigenschaften man auswählt. Es ist lediglich notwendig anzunehmen, daß wenigstens im Prinzip diese Eigenschaften tatsächlich Eigenschaften der betrachteten Systeme sind.

Vom irischen Physiker John Bell wurde im Jahre 1965 eigentlich die nach ihm benannte Bell'sche Ungleichung hergeleitet. Diese Ungleichung ist jedoch mit dem Bell'schen Theorem in ihren Implikationen ident. Das Wichtige ist daran, daß die Frage nun experimentell entscheidbar wird, ob subatomare Teilchen wenigstens im Prinzip als mit Eigenschaften ausgestattet gedacht werden können, auch wenn deren Beobachtung durch die Heisenbergschen Unschärferelationen verboten ist.

6. Korrelierte Photonenpaare

Im Jahre 1952 hat David Bohm als erster das EPR Paradoxon unter Verwendung der Spinvariablen diskutiert. Dazu benötigt man etwa einen atomaren Übergang, der zwei Photonen unmittelbar hintereinander aussendet. Es gibt nun atomare Übergänge, bei denen die Spins der beiden Photonen voll miteinander korreliert sind in der Weise, daß, wenn immer wir ein Photon messen, wir das zweite Photon in derselben Richtung polarisiert vorfinden (Abb. 5).

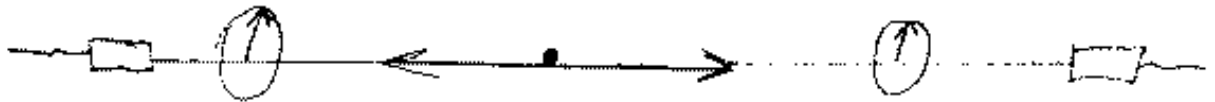


Abb. 5: Zweiphotonenexperiment mit parallelen Polarisationsfiltern

Wenn also die beiden Polarisationsfilter parallel stehen, finden wir, daß immer entweder beide Photonen das Filter passieren oder keines. Wichtig ist hier, daß die spezielle Orientierung der beiden Filter gleichgültig ist solange die Filter parallel zueinander stehen.

Man könnte nun versucht sein anzunehmen, daß dies eben deshalb der Fall ist, weil die beiden Photonen von der Quelle mit gleicher Polarisation ausgesandt wurden. Es ist leicht einzusehen, daß diese Erklärung falsch ist. Genauer gesagt wäre die Annahme die, daß die Quelle ein Ensemble von Paaren von Photonen aussendet in der Weise, daß die Polarisationsrichtungen beider Photonen in einem Paar gleich sind, aber daß im gesamten Ensemble jede Polarisationsrichtung mit der gleichen Wahrscheinlichkeit vorkommt. Um diese Annahme zu widerlegen genügt es, nur diejenigen Photonpaare zu betrachten, die entlang einer bestimmten Richtung polarisiert sind (Abb. 6).

Sind die Polarisationsfilter ebenfalls parallel zu dieser Richtung orientiert,



Abb. 6: Messung eines Photonpaares, von dem angenommen wird, es sei bereits ab der Quelle in einer bestimmten Richtung polarisiert.

so finden wir natürlich, daß immer beide Photonen des Paares ihre jeweiligen Polarisationsfilter passieren. Orientieren wir jedoch die Polarisationsfilter in einem bestimmten Winkel dazu, sagen wir etwa 45^0 , so wird jedes einzelne Photon für sich dieses Filter nur mehr mit einer Wahrscheinlichkeit von $(\cos 45)^2 = 1/2$ passieren. Diese Wahrscheinlichkeiten sind natürlich unabhängig voneinander. Dies heißt, passiert etwa das Photon 1 seinen Polarisator, so ist die Wahrscheinlichkeit noch immer 50:50, daß das im Paar zugehörige Photon 2 sein Polarisationsfilter passiert. Dies widerspricht jedoch der oben gemachten Aussage, daß nämlich immer entweder beide Photonen passieren oder keines von beiden, nie aber nur eines und das andere nicht.

Wir sind daher gezwungen zu schließen, daß die Photonen bei ihrer Emission durch die Quelle noch keine festgelegte Polarisation besitzen können. Es könnte jedoch im Prinzip noch immer möglich sein, daß die Photonen zwar keine festgelegte Polarisation besitzen, daß jedoch durch irgendwelche uns noch unbekanntes Eigenschaften bereits festgelegt ist, wie sich die einzelnen Photonen verhalten werden, wenn sie einen in einer bestimmten Richtung orientierten Polarisator vorfinden. Diese zusätzlichen Eigenschaften, die einer direkten Beobachtung nicht zugänglich sind, werden "Verborgene Variable" genannt. Der wesentliche Punkt hier ist der, daß die Annahme der Existenz solcher Verborgenen Variablen es uns gestatten würde, die Photonenpaare wenigstens in unserer Vorstellung in Ensembles einzuteilen, je nachdem, ob sie, nachdem sie von der Quelle ausgesandt wurden, einen bestimmten Polarisator passieren werden oder nicht.

Es ist die hervorragende Bedeutung des Bell'schen Theorems, daß es eine ganz allgemeine Aussage über Ensembles von identischen Paaren macht. Die einzige Voraussetzung ist die, daß die Ensembles nach 3 verschiedenen dichotomischen Eigenschaften sortiert werden können. Wir müssen also nach dichotomischen Eigenschaften unserer Quantensysteme suchen. Dafür bietet sich ganz einfach die Eigenschaft an, ob ein Photon einen in einer bestimmten Richtung orientierten Polarisator passiert oder nicht. Für jede Orientierung des Polarisators würden wir eine eigene Eigenschaft erhalten, es genügt für das Bell'sche Theorem, sich auf 3 Richtungen zu beschränken.

7. Die Bell'sche Ungleichung

Im tatsächlichen Experiment wählt man 3 Richtungen α, β, γ für die Polarisatoren aus und bestimmt die folgenden Größen

$$N(\alpha, \beta), N(\alpha, \gamma) \text{ und } N(\beta, \bar{\gamma})$$

Hier ist zum Beispiel $N(\alpha, \beta)$ die Zahl der Paare, für die das erste Photon den in Richtung α orientierten Polarisator passiert und das zweite Photon den in Richtung β orientierten. $N(\beta, \bar{\gamma})$ ist die Zahl der Paare, für die das erste Photon den in Richtung β orientierten Polarisator passiert, jedoch das zweite Photon nicht den in Richtung γ orientierten.

Auf diese Zahlen ist nun das Bell'sche Theorem anwenbar, wenn eine kleine Tabelle aufstellen, die erklärt, welche Eigenschaft der Schüler welcher Eigenschaft der Photonen entspricht:

weiblicher Schüler	\iff Photon passiert Polarisator orientiert in Richtung α
Vorzugsschüler	\iff Photon passiert Polarisator orientiert in Richtung β
Brillenträger	\iff Photon passiert Polarisator orientiert in Richtung γ

Mit dieser Tabelle können wir direkt das Bell'sche Theorem übersetzen in die

Bell'sche Ungleichung:

$$N(\alpha, \beta) \leq N(\alpha, \gamma) + N(\beta, \bar{\gamma})$$

Es sei angemerkt, daß die Bell'sche Ungleichung in der Form, in der sie ursprünglich von Bell publiziert wurde, natürlich eine etwas andere Gestalt besitzt. Es gibt mittlerweile in der Literatur zahlreiche, einander im wesentlichen äquivalente Formulierungen der Bell'schen Ungleichungen. Die hier präsentierte stammt ursprünglich von E.P.Wigner.

Die Frage ist also, ob die oben angegebene Bell'sche Ungleichung in der Natur gilt oder nicht. Sollte sie nicht gelten, so ist mindestens eine der in ihrer Herleitung gemachten Annahmen zwar nicht falsch, aber doch in der physikalischen Welt offenbar nicht gültig. Die Entscheidung über diese Frage kann nur das Experiment fällen. Daß es eine sehr interessante und wichtige Frage ist, erkennt man daran, daß die Vorhersagen der Quantenmechanik der Bell'schen Ungleichung zumindest in einigen Fällen nicht genügen, sie also verletzen, wie wir jetzt zuerst zeigen werden (Abb. 7).



Abb. 7: Zwei-Photonenexperiment mit nichtparallelen Polarisationsfiltern

Die quantenmechanische Vorhersage für den allgemeinen Fall von beliebiger relativer Orientierung der Polarisationsfilter erhält man rein anschaulich wenn man vom Ergebnis des vorherigen Experimentes ausgeht. Dort fanden wir, daß nach Messung der Polarisation eines der beiden Photonen das andere im gleichen Spinzustand, also parallel zum ersten Photon ist. Nehmen wir also hier an, das Photon 1 sei das zuerst gemessene und nehmen wir an, das es den Polarisator passiert, so wissen wir, daß das Photon 2 zu diesem parallel ist. Der Polarisator des zweiten Photons ist jedoch in einem Winkel θ zum ersten Polarisator orientiert. Daraus folgt, daß das zweite Photon diesen Polarisator nur mit der Wahrscheinlichkeit $(\cos \theta)^2$ passieren wird. Die für die Bell'sche Ungleichung benötigten Zahlen an Photonpaaren sind daher

$$\begin{aligned}
 N(\alpha, \beta) &= N_p [\cos(\alpha - \beta)]^2 \\
 N(\alpha, \gamma) &= N_p [\cos(\alpha - \gamma)]^2 \\
 N(\beta, \gamma) &= N_p [\sin(\beta - \gamma)]^2
 \end{aligned}$$

wobei N_p die Zahl der Photonpaare ist, die die Polarisationsfilter bei paralleler Anordnung passieren. Setzen wir diese Beziehungen in die Bell'sche Ungleichung ein, so erhalten wir die Bedingung

$$[\cos(\alpha-\beta)]^2 \leq [\cos(\alpha-\gamma)]^2 + [\sin(\beta-\gamma)]^2$$

was leicht umgeformt werden kann in

$$[\cos(\alpha-\beta)]^2 + [\cos(\beta-\gamma)]^2 \leq 1 + [\cos(\alpha-\gamma)]^2$$

Diese Ungleichung ist zwar für viele Winkel erfüllt, jedoch nicht für alle. Um wenigstens einen Fall zu sehen, für den die Ungleichung verletzt ist, betrachten wir den spezifischen Fall $(\alpha-\beta) = (\beta-\gamma) = \vartheta$, $(\alpha-\gamma) = 2\vartheta$, womit wir erhalten

$$2 \cos^2 \vartheta \leq 1 + \cos^2(2\vartheta)$$

Für $\vartheta = 30^\circ$ ($\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$, $\cos 60^\circ = 1/2$) würde die Ungleichung lauten

$$1.5 \leq 1.25$$

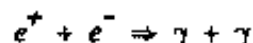
was klarerweise inkorrekt ist. Die Vorhersagen der Quantenmechanik verletzen also die Bell'sche Ungleichung. Die interessante Frage ist nun also: Ist die Natur immer, also auch in Fällen, in denen die Bell'sche Ungleichung verletzt ist, in Einklang mit der Quantenmechanik? Diese Frage kann nur im Experiment beantwortet werden.

8. Das Experiment

Als Bell seine Arbeit veröffentlicht hatte, war es überraschend, daß es zu diesem Zeitpunkt noch keine Experimente gab, die geeignet waren zu entscheiden, ob die Bell'schen Ungleichungen in der Natur erfüllt sind oder nicht. Es wurden seit damals eine Reihe von einschlägigen Experimenten durchgeführt, die sich in drei Gruppen einteilen lassen:

1. Positronenvernichtung;

In diesen Experimenten beobachtet man die nach der Reaktionsgleichung



bei der Vernichtung eines Elektrons mit seinem Antiteilchen, dem Positron, auftretenden beiden Gammaquanten, deren Polarisation man mißt. Es wurden insgesamt 5 solcher Experimente durchgeführt, von denen in 4 eine Verletzung der Bell'schen Ungleichung beobachtet wurde, während eines nicht im Widerspruch zur Bell'schen Ungleichung ist, also die Quantenmechanik verletzt.

2. Protonenstreuexperiment

Man schießt hier einen Protonenstrahl auf ein Wasserstofftarget und mißt die Polarisation sowohl des gestreuten ursprünglichen Protons als auch des herausgestoßenen Wasserstoffkerns (Proton 2). Im einzigen Experiment dieser Gruppe wurde eine Verletzung der Bell'schen Ungleichung beobachtet.

3. Photonenkaskaden:

Man beobachtet hier solche atomaren Übergänge zwischen verschiedenen Energieniveaus der Elektronenhülle eines Atoms, bei denen unmittelbar hintereinander zwei Photonen ausgesandt werden. Gemessen werden dann die Korrelationen der Polarisation der beiden Photonen. In dieser Gruppe wurden bisher 10 Experimente durchgeführt, von denen eines mit der Bell'schen Ungleichung im Einklang ist während die übrigen 9 alle die Bell'sche Ungleichung verletzen und mit der Quantenmechanik übereinstimmen.

Von insgesamt 16 Experimenten wurde also in zwei Fällen nicht das Resultat der Quantenmechanik beobachtet. Beide Experimente wurden in der Frühzeit von EPR Experimenten durchgeführt und es gibt mittlerweile identische oder fast identische Wiederholungen dieser Experimente, die die Quantenmechanik bestätigen. Überdies ist anzumerken, daß die quantenmechanischen Korrelationen stärker sind als die von der Bell'schen Ungleichung noch zugelassenen. Jede Ungenauigkeit des Experiments, die zu einer Verringerung der Korrelationen führt, wird daher auch in die Richtung auf eine Übereinstimmung mit der Bell'schen Ungleichung tendieren. Da auch die moderneren Experimente eine viel höhere statistische Signifikanz besitzen als die frühen Experimente ist es auszuschließen, daß die Natur die Bell'sche Ungleichung erfüllt.

Die bis heute genaueste Serie von Experimenten wurde von einer Gruppe am Institut d'Optique in Paris (Aspect, Dalibard, Grangier und Roger) durchgeführt. Diese Experimente werden hier kurz durchbesprochen.

Als Lichtquelle wurde ein atomarer Übergang im Kalzium ausgenutzt (Abb. 8),

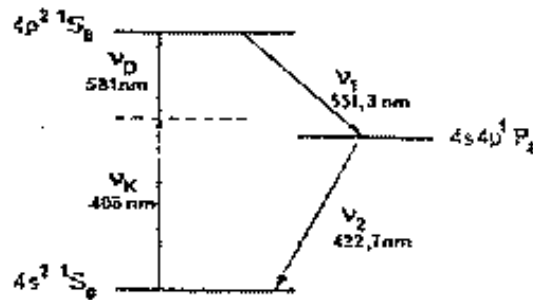


Abb.8: Die verwendeten Übergänge im Kalzium. Das oberste Energieniveau wird aus dem untersten selektiv durch Pumpen mit zwei abgestimmten Lasern angeregt. Dieser Zustand zerfällt unter Aussendung von 2 Photonen verschiedener Wellenlänge wieder in den Grundzustand. Die Lebensdauer des Zwischenzustands beträgt nur 5 ns.

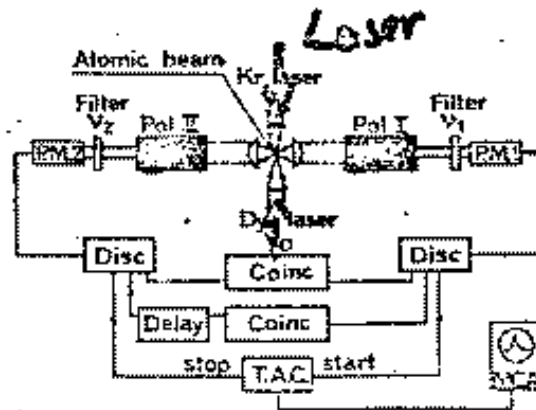


Abb. 9: Das erste Experiment von Aspect et al.

Im Experiment hatte man einen Strahl von Kalziumatomen (senkrecht zur Zeichenebene von Abb. 9) der von dazu senkrechten Lasern gepumpt wurde. Die dazu wieder etwa senkrecht emittierten Photonen wurden durch Linsen gesammelt, passierten 2 Polarisationsfilter (Brewsterplatten), je ein Filter um die richtige Wellenlänge auszusondern und wurden schließlich in Photoelektronenvielfachern registriert. Die Zähl Elektronik bestand im wesentlichen aus zwei Diskriminatoren, die nur Impulse durchlassen, die eine gewisse Größe überschreiten, und aus zwei Koinzidenzeinheiten. Eine Koinzidenzeinheit registriert die gleichzeitigen Impulse. Die Koinzidenzeinheit mit der Verzögerung (delay) registriert die zufälligen Koinzidenzen (Verzögerungszeit 100ns). Zusätzlich kann mit Hilfe eines Zeit-zu-Pulshöhen-Konverters (time-amplitude-converter T.A.C.) das Verzögerungsspektrum auf einem Vielkanalanalysator (multi-channel-analyzer MCA) dargestellt werden. Ohne Polarisatoren wurden typischerweise 150 echte und 90 Zufallskoinzidenzen pro

Sekunde registriert. Man mißt dann die Zahl der Koinzidenzen als Funktion des Winkels zwischen den Polarisatoren, der kontinuierlich variiert werden kann.

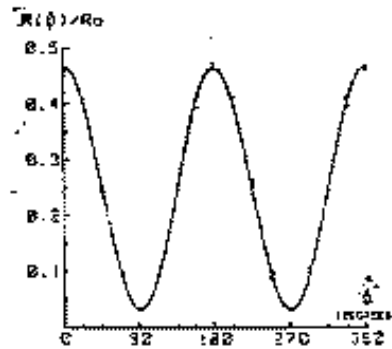


Abb. 10: Gemessene Koinzidenzrate als Funktion der relativen Orientierung der Polarisatoren. Die durchgezogene Kurve ist die Vorhersage der Quantenmechanik.

Aus den Daten für bestimmte Winkelstellungen läßt sich nun eine modifizierte Version der Bell'schen Ungleichung testen, und man stellt fest daß die Bell'sche Ungleichung mit einer statistischen Signifikanz von 9 Standardabweichungen verletzt ist. Schließlich wurden die Polarisatoren 6.5m von der Quelle entfernt aufgestellt. Dies ist eine Entfernung, die größer ist als die Kohärenzlänge der Photonen (etwa 1.5m). Dabei wurde keinerlei Änderung der Koinzidenzrate festgestellt.

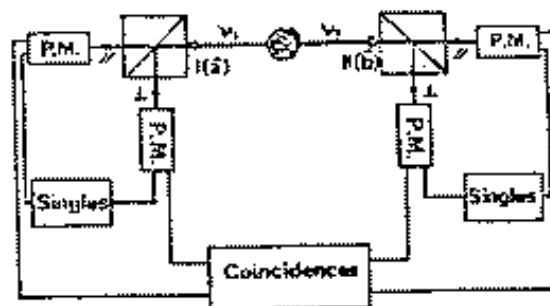


Abb. 11: Skizze des zweiten Experiments von Aspect et al., in dem Zweikanalpolarisatoren verwendet wurden.

In einem zweiten Experiment wurde ein verbesserter Aufbau verwendet. Die wesentliche Verbesserung bestand darin, daß sogenannte Zweikanalpolarisatoren eingesetzt wurden. Bei diesen Polarisatoren wird nicht einer der beiden Polarisationszustände absorbiert, sondern es stehen beide Polarisationszustände zur Verfügung. Dies ist ein Analogon zum Stern-Gerlach Experiment für Spin-1/2 Teilchen. Ohne auf die Details einzugehen, kann man feststellen, daß

nunmehr 4 verschiedene Koinzidenzraten gemessen werden können, was natürlich eine große Verbesserung der Zählstatistik mit sich bringt. Das Experiment führte daher zu einer Verletzung der Bell'schen Ungleichung von 46 (!) Standardabweichung und es war in Übereinstimmung mit der Quantenmechanik mit einer Genauigkeit von besser als 1%.

Gegenüber diesen Experimenten wurde von verschiedenen Autoren eingewendet, daß es noch immer möglich wäre, daß es irgendeine unbekannte Kommunikation gibt, etwa uns derzeit noch nicht bekannte Wechselwirkungen, wodurch die Photonen von Anfang an durch die Orientierung der Polarisatoren in einer Weise beeinflusst wurden, daß sie "wußten", in welche Richtung die Polarisatoren orientiert waren. Dieser Einwand kann dadurch umgangen werden, daß man die Orientierung der Polarisatoren rasch ändert zu einem Zeitpunkt zu dem die Photonen bereits auf ihrem Weg von der Quelle zu den Polarisatoren sind. Wegen der kurzen Flugzeit der Photonen ist es natürlich nicht möglich, die Orientierung rasch genug zu ändern, es ist jedoch möglich, den Lichtstrahl rasch zwischen zwei verschieden orientierten Polarisatoren hin und her zu schalten.

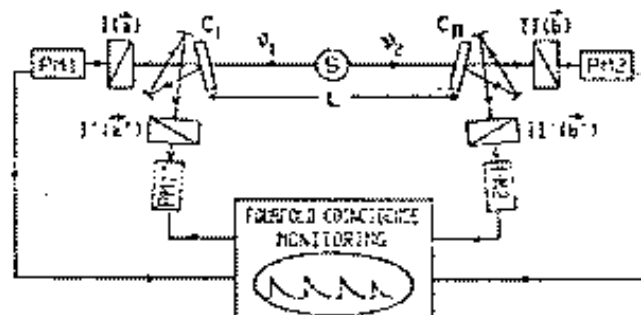


Abb. 12: Das dritte Experiment von Aspect et al., hier werden beide Photonenstrahlen sehr schnell zwischen zwei verschieden orientierten Polarisatoren hin und her geschaltet.

Für jeden der beiden Photonenstrahlen wurden je zwei Polarisatoren vom Transmissionstyp wie beim ersten Experiment eingesetzt. Die Orientierungen dieser Polarisatoren wurden unabhängig voneinander willkürlich verändert. Als Schalter (C_I und C_{II} in Abb. 12) wurden sogenannte akusto-optische Koppler verwendet.

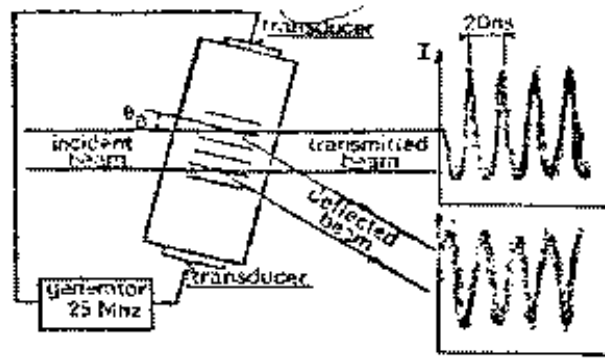


Fig. 13: Die akusto-optischen Schalter.

In diesen Schaltern wird ein Medium, hier Wasser, durch Piezoquarze zu stehenden Wellen angeregt. Die Wellenlänge dieser Wellen ist so gewählt, daß das Licht an diesen stehenden Wellen durch Bragg-Reflexion abgelenkt werden kann. Der Effekt ist also der, daß die Photonen gerade durchgehen immer dann, wenn die Amplitude der stehenden Welle Null ist und daß sie abgelenkt werden, wenn die stehende Welle ihr Maximum hat. Die verwendete Schaltfrequenz war 50 MHz, dies bedeutet ein "Umschalten" zwischen den beiden Polarisatoren alle 10ns, was kürzer ist, als die Flugzeit von 20ns von der Quelle zu den 6m entfernten Polarisatoren.

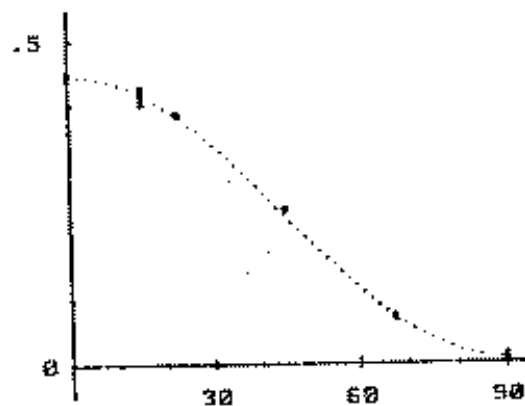


Abb. 14: Gemessene Koinzidenzrate als Funktion der relativen Orientierung der Polarisatoren im Experiment mit den zeitlich variierenden Polarisatoren. Die Kurve ist wieder die Vorhersage der Quantenmechanik.

Das experimentelle Resultat ist wieder in Übereinstimmung mit der Quantenmechanik und verletzt diesmal die Bell'sche Ungleichung um 5 Standardabweichungen.

9. Schlußbemerkungen

In der gegenwärtigen Situation ist sehr unwahrscheinlich, daß die Quantenmechanik sich doch noch als unkorrekt herausstellen würde. Dies wäre nur möglich, wenn weiter verbesserte Experimente in Übereinstimmung mit der Bell'schen Ungleichung wären. Dann müßte man allerdings eine Erklärung dafür finden, warum die besten jetzt existierenden Experimente in so guter Übereinstimmung mit der Quantenmechanik sind. Eine Erklärung, die von manchen Physikern vorgeschlagen wird, nützt aus, daß die existierenden Experimente bei weitem nicht alle Photonenpaare zählen. Dies liegt daran, daß Quantendetektoren für Photonen derzeit eine Ausbeute von nur etwa 10% haben. Es wäre also zumindest im Prinzip denkbar, daß das Gesamtensemble aller von der Quelle ausgesandten Photonenpaare in Übereinstimmung mit den Bell'schen Ungleichungen wäre, jedoch die im Experiment beobachteten durch uns noch unbekannte Mechanismen gerade so ausgewählt wären, daß sie mit der Quantenmechanik in Übereinstimmung sind. Nur verbesserte Experimente könnten diese Hypothese ausschließen. Es ist jedoch äußerst unwahrscheinlich, daß solche Experimente nicht auch die Quantenmechanik bestätigen werden. Wir gehen also in unserer weiteren Diskussion davon aus, daß die Bell'sche Ungleichung in der Natur tatsächlich verletzt wird.

Es muß also zumindest eine der in der Herleitung des Bell'schen Theorems gemachten Annahmen im Widerspruch zur Natur sein. Diese Annahmen waren:

Realitätsannahme:

Den Teilchen können Eigenschaften zugeordnet werden unabhängig davon, ob wir sie tatsächlich beobachten oder nicht.

Lokalitätshypothese:

Die Eigenschaften eines der beiden Mitglieder eines Paares werden nicht davon beeinflusst, was mit dem weit entfernten Partner geschieht.

Zumindest eine dieser Annahmen ist im Widerspruch zum Experiment.